

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

UNIDAD DE POSTGRADO

**Simulación numérica de la hidrodinámica del Lago
Titicaca, frente a las costas de la ciudad de Puno en el
Perú**

Tesis

**para optar el grado académico de Magíster en Física con Mención en
Geofísica**

AUTOR

César Augusto Aguirre Céspedes

Lima-Perú

2009

Dedico este trabajo a:

mis Padres

Luz y Jonathás

mi esposa

Pochita

mis hijos

Cesitar, Kevinn, Escarleth y Erick

hermanos

y amigos

Declaración de originalidad y propiedad de datos

La idea original y planeación de este trabajo fue realizada por la Dra. Isabel Ramírez Aguilar y el Lic. César Aguirre Céspedes.

Los datos y la información elaborado en este trabajo forman parte del proyecto de tesis de maestría presentado en la Unidad de Postgrado de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima-Peru: *Simulación numérica de la hidrodinámica del lago Titicaca, frente a las costas de la ciudad de Puno en el Perú.*

El uso de los resultados presentados en este trabajo requiere una solicitud por escrito y autorización de la Dra. Isabel Ramírez Aguilar y del Lic. César Aguirre Céspedes.

Agradecimientos

A la Dra. Isabel Ramírez Aguilar de la División de Oceanología, Departamento de Oceanografía Física CICESE, por la orientación y dirección del presente trabajo. Sin su ayuda hubiese sido difícil terminar y cumplir los objetivos.

Al Dr. Victor Manuel Frías Camacho de la División de Ciencias de la Tierra, Departamento de Geología CICESE, por escanear el mapa de batimetría del lago y apoyo en el manejo del programa autocad.

A la Dirección de Hidrografía y Navegación de la Marina de Guerra del Perú, por facilitar el mapa de batimetría del lago.

Al Senamhi de la ciudad de Puno, por facilitar los datos meteorológicos de las estaciones cercanas al lago.

A la Red de Macrouniversidades Públicas para América Latina y el Caribe, por el apoyo económico mediante el programa de becas de movilidad estudiantil.

Al Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada CICESE, México, por el apoyo con la infraestructura y al personal que labora.

Al Dr. Emilio Palacios Hernández investigador de la Facultad de Física de la Universidad de Guadalajara, por su colaboración y apoyo.

Al Dr. Joel Rojas Acuña investigador de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, por su colaboración con la imagen satelital de la temperatura superficial del lago Titicaca

Índice

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Area de estudio | 2 |
| 1.1.1. Ciudad de Puno | 4 |
| 1.1.2. Reserva nacional | 4 |
| 1.1.3. Los uros | 4 |
| 1.1.4. Principales islas | 5 |
| 1.2. Objetivo general | 7 |
| 1.3. Objetivo específico | 7 |
| 1.4. Necesidad de mas investigación | 7 |
| 1.5. Propósito/Hipótesis | 8 |
| 1.6. Justificación | 8 |
| 2. Procesos Físicos | 10 |
| 2.1. Lagos | 10 |
| 2.2. Intercambio de energía en la superficie del lago | 10 |
| 2.2.1. Flujo de energía de radiación solar de longitud de onda corta | 11 |
| 2.2.2. Flujo de energía de radiación solar de longitud de onda larga | 11 |
| 2.2.3. Nubosidad | 12 |
| 2.2.4. Flujo de calor sensible | 13 |
| 2.2.5. Flujo de calor latente | 13 |
| 2.3. Turbulencia y mezcla | 13 |
| 2.4. Estratificación | 14 |
| 3. Metodología | 16 |
| 3.1. Descripción del modelo | 16 |
| 3.1.1. Algoritmo | 20 |
| 3.2. Adaptación del modelo | 23 |
| 3.3. Modelos numericos | 23 |
| 3.4. Verificación del modelo | 26 |
| 3.4.1. Caso 1. Cambio en el paso del tiempo | 28 |
| 3.4.2. Caso 2. Cambio en el tamaño de celda de la malla | 30 |
| 3.4.3. Caso 3. Cambio en el espesor de las capas | 31 |
| 3.4.4. Caso 4. Cambio en la batimetría | 32 |
| 3.4.5. Caso 5. Cambio en las condiciones iniciales de temperatura | 33 |
| 3.4.6. Caso 6. Secciones horizontales de temperatura | 35 |
| 3.5. Forzamiento del lago | 36 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 3.5.1. | El viento | 36 |
| 3.5.2. | La temperatura | 36 |
| 3.6. | Características de la simulación del lago | 39 |
| 3.6.1. | Caso C1 | 39 |
| 3.6.2. | Caso C2 | 39 |
| 3.6.3. | Caso C3 | 39 |
| 3.6.4. | Caso C4 | 40 |
| 4. | Materiales | 43 |
| 4.1. | Batimetría del lago | 43 |
| 5. | Resultados | 45 |
| 5.1. | Localización de la información | 45 |
| 5.1.1. | Caso C1 | 45 |
| 5.1.2. | Caso C2 | 53 |
| 5.1.3. | Caso C3 | 61 |
| 5.1.4. | Caso C4 | 69 |
| 5.1.5. | Secciones verticales de temperatura. Casos: C1, C2, C3 y C4 . . . | 77 |
| 5.2. | Aportes obtenidos para el lago Titicaca después de una simulación con ELCOM | 84 |
| 5.2.1. | Velocidad promedio vertical | 84 |
| 5.2.2. | Velocidad en el fondo | 84 |
| 5.2.3. | Velocidad en la superficie | 84 |
| 5.2.4. | Temperatura promedio vertical, sección horizontal | 84 |
| 5.2.5. | Temperatura en el fondo, sección horizontal | 85 |
| 5.2.6. | Temperatura en la superficie, sección horizontal | 85 |
| 5.2.7. | Caso C1. Temperatura, sección vertical | 86 |
| 5.2.8. | Caso C2. Temperatura, sección vertical | 86 |
| 5.2.9. | Caso C3. Temperatura, sección vertical | 86 |
| 5.2.10. | Caso C4. Temperatura, sección vertical | 86 |
| 6. | Discusión | 88 |
| 6.1. | Hipótesis original | 88 |
| 6.2. | Aportes obtenidos | 88 |
| 6.2.1. | Sección horizontal de la velocidad | 88 |
| 6.2.2. | Sección horizontal de la temperatura | 89 |
| 6.2.3. | Sección vertical de la temperatura | 89 |
| 6.3. | Posible explicación para los hallazgos | 91 |

| | |
|---|-----------|
| 6.4. Limitaciones | 92 |
| 6.5. Necesidad de futuras investigaciones | 92 |
| 7. Conclusiones | 94 |
| A. APÉNDICE | 95 |
| A.1. Verificación del modelo | 95 |

Índice de figuras

| | | |
|-----|--|----|
| 1. | Ubicación geográfica del Lago Titicaca | 2 |
| 2. | Lago Titicaca | 3 |
| 3. | Islas del lago Titicaca | 5 |
| 4. | Operación con ELCOM | 25 |
| 5. | Batimetría del lago redondo | 26 |
| 6. | Posición de las condiciones iniciales de temperatura | 26 |
| 7. | Sistema de coordenadas | 27 |
| 8. | Distribución de celdas en la malla de batimetría del lago redondo. | 28 |
| 9. | Datos meteorológicos | 37 |
| 10. | Posición de las condiciones iniciales | 38 |
| 11. | Contorno de temperatura, caso C1-C3. Condición inicial | 42 |
| 12. | Contorno de temperatura, caso C2-C4. Condición inicial | 42 |
| 13. | Batimetría del lago Titicaca | 44 |
| 14. | Caso C1. Velocidad promedio vertical. | 47 |
| 15. | Caso C1. Velocidad en el fondo. | 48 |
| 16. | Caso C1. Velocidad en la superficie. | 49 |
| 17. | Caso C1. Temperatura promedio vertical. | 50 |
| 18. | Caso C1. Temperatura en el fondo. | 51 |
| 19. | Caso C1. Temperatura en la superficie. | 52 |
| 20. | Caso C2. Velocidad promedio vertical. | 55 |
| 21. | Caso C2. Velocidad en el fondo. | 56 |
| 22. | Caso C2. Velocidad en la superficie. | 57 |
| 23. | Caso C2. Temperatura promedio vertical. | 58 |
| 24. | Caso C2. Temperatura en el fondo. | 59 |
| 25. | Caso C2. Temperatura en la superficie. | 60 |
| 26. | Caso C3. Velocidad promedio vertical. Con coriolis. | 63 |
| 27. | Caso C3. Velocidad en el fondo. Con coriolis. | 64 |
| 28. | Caso C3. Velocidad en la superficie. Con coriolis. | 65 |
| 29. | Caso C3. Temperatura promedio vertical. Con coriolis. | 66 |
| 30. | Caso C3. Temperatura en el fondo. Con coriolis. | 67 |
| 31. | Caso C3. Temperatura en la superfice. Con coriolis. | 68 |
| 32. | Caso C4. Velocidad promedio vertical. Con coriolis. | 71 |
| 33. | Caso C4. Velocidad en el fondo. Con coriolis. | 72 |
| 34. | Caso C4. Velocidad en la superficie. Con coriolis. | 73 |
| 35. | Caso C4. Temperatura promedio vertical. Con coriolis. | 74 |
| 36. | Caso C4. Temperatura en el fondo. Con coriolis. | 75 |

| | | |
|-----|---|-----|
| 37. | Caso C4. Temperatura en la superfice. Con coriolis. | 76 |
| 38. | Caso C1. Sección vertical de temperatura. | 80 |
| 39. | Caso C2. Sección vertical de temperatura. | 81 |
| 40. | Caso C3. Sección vertical de temperatura. Con coriolis. | 82 |
| 41. | Caso C4. Sección vertical de temperatura. Con coriolis. | 83 |
| 42. | Caso 1. Velocidad promedio vertical. Variando el paso de tiempo. | 96 |
| 43. | Caso 2. Velocidad promedio vertical. Variando el tamaño de la celda de la malla. | 97 |
| 44. | Caso 3. Velocidad promedio vertical. Variando el espesor de las capas. . . . | 98 |
| 45. | Caso 4. Velocidad promedio vertical. Variando la batimetría. | 99 |
| 46. | Caso 5. Contorno de temperatura. Velocidad promedio vertical. | 100 |
| 47. | Caso 6. Secciones horizontales de temperatura. En la superficie. | 101 |

Índice de tablas

| | | |
|-----|--|----|
| 1. | Condiciones iniciales de temperatura | 27 |
| 2. | Cambio en el paso de tiempo | 29 |
| 3. | Cambio en el tamaño de celda | 30 |
| 4. | Cambio en el espesor de una capa | 31 |
| 5. | Cambio en la batimetría | 32 |
| 6. | Condiciones iniciales de temperatura 1 | 33 |
| 7. | Condiciones iniciales de temperatura 2 | 33 |
| 8. | Cambio en las condiciones iniciales de temperatura | 34 |
| 9. | Secciones horizontales de temperatura | 35 |
| 10. | Características de las simulaciones | 40 |
| 11. | Condiciones iniciales de temperatura C1 - C3 | 41 |
| 12. | Condiciones iniciales de temperatura C2 - C4 | 41 |
| 13. | Temperatura, sección vertical C1 | 77 |
| 14. | Temperatura, sección vertical C2 | 78 |
| 15. | Temperatura, sección vertical C3 | 78 |
| 16. | Temperatura, sección vertical C4 | 79 |

Resumen

Un mayor conocimiento de la hidrodinámica del lago Titicaca en el Perú, es la discusión del presente trabajo. El estudio se realiza para una escala de tiempo de ciclo diario. Usamos ELCOM (Estuary, Lake and Coastal Ocean Model), un modelo numérico en tres dimensiones para realizar simulaciones en un periodo comprendido entre el primero y quinto día del mes de enero del 2005. Para iniciar las simulaciones se obtuvo la batimetría del lago Titicaca a partir de una carta de sondeos. Se presentaron cuatro escenarios diferentes, cambiando las condiciones iniciales de temperatura y considerando el efecto coriolis. El modelo resuelve las ecuaciones hidrodinámicas de Navier-Stokes con aproximaciones mediante el método semi-implícito de diferencias finitas, para un flujo incompresible, barotrópico, rotacional y estratificado por temperatura. Las condiciones meteorológicas, entre ellas, el viento tiene un efecto en la circulación y la estratificación en capas superficiales del lago. Las corrientes en el lago Grande que ocupa el mayor volumen de agua, se debe principalmente al forzamiento del fluido debido a la temperatura. Los afluentes y efluentes no se consideraron en las simulaciones realizadas en el presente trabajo. La fuerza de coriolis es importante en la dinámica del lago Grande por que ayuda a mezclar las capas estratificadas térmicamente.

Palabras claves: Hidrodinámica, mezcla, estratificación, velocidad, batimetría.

1. Introducción

La dinámica de un lago puede ser analizada en diferentes escalas de tiempo y espacio. Los estudios de la dinámica de gran escala se refieren a estudios que cubren todo el planeta, mientras que los de meso-escala se restringen a estudios de áreas del orden de 10^3 km^2 . Esto deja al lago y a sistemas adyacentes al lago, dentro del estudio de pequeña escala.

En cuerpos de agua de pequeña escala como: lagos, puertos y lagunas costeras, la hidrodinámica se debe al balance que existe entre la intrusión de la marea, el esfuerzo del viento, la fricción con el fondo y los gradientes de densidad dentro del agua. La mezcla juega un papel importante en la difusión y dispersión de contaminantes [1]. Un sistema estratificado puede reducir la calidad del agua, aumentar los tiempos de residencia y terminar por deteriorar el sistema. La mezcla opera en dos escalas, la primera es determinada por la morfología del sistema y es del orden de 10^3 m^2 , en esta escala ocurre la dispersión horizontal y se determina el tiempo de flujo dentro del sistema (tiempo de residencia). La segunda escala, generada principalmente por el flujo y reflujo de marea, se refiere a turbulencias pequeñas e intermedias (del orden de pocos metros) que controlan la mezcla vertical y que generan una dispersión horizontal débil [2]. La ausencia de mezcla afecta la distribución de nutrientes y contaminantes, cuando esto ocurre el sistema se torna gobernado por un régimen gravitatorio, que hace que el sistema interactúe entre mezclado y estratificado [3].

La compleja dinámica del lago puede ser analizada por medio de modelos numéricos. En la actualidad existen modelos numéricos hidrodinámicos que simulan las principales características de flujo, con ellos se pueden estudiar los forzamientos por separado (viento y marea, entre otros) y evaluar cual es el que domina los procesos de interés dentro del sistema, dígame mezcla, circulación, dispersión o tiempo de residencia. Existen modelos uni, bi, y tridimensionales. Estos últimos brindan un panorama más general sobre el sistema y existe una gran variedad de estudio sobre ellos: Casulli y Cheng (1992)[4], Ranashinghe y Pattiaratchi (1998)[5]. En estos estudios se ha demostrado la confiabilidad de los modelos numéricos, lo que los convierte en una herramienta cada vez más utilizada.

Con la finalidad de tener un mayor conocimiento de la hidrodinámica de pequeña escala así como de su variación temporal y espacial, se propone realizar un análisis de datos hidrográficos, y la calidad del agua del Lago. Este análisis será posteriormente la base de la simulación numérica.

1.1. Area de estudio

El lago Titicaca se encuentra localizado al sur de la ciudad de Lima, capital del Perú, entre 15 y 16,4 °S. Situado en el altiplano que es una cuenca cerrada a una altura de 3809 msnm, con una superficie de 8562 km², volumen total de 895,86 x 10⁹ m³ y profundidad máxima de 284 m (media de 135 m)[6].



Figura 1: Ubicación geográfica del Lago Titicaca

El periodo de lluvia comprende los meses de enero y marzo y la de sequía los meses de julio y agosto (Senamhi de Puno). La temperatura media del aire varía entre 5,2 °C (nocturna) a 25 °C (diurna). La precipitación media anual tiene un patrón decreciente de norte a sur, con una media de 1500 mm. La longitud del eje principal es de 178 km [6].

Es el lago navegable más alto del mundo. El lago presenta forma alargada, constituida por dos lagos. En el norte el lago Grande que ocupa un volumen de $878,70 \times 10^9 \text{ m}^3$ y en el sur el lago Menor o lago Huañaimarca, con un volumen de $12,36 \times 10^9 \text{ m}^3$ unidos a través del estrecho de Tiquina de 850 m de ancho y una profundidad máxima de 21 m [6].



Figura 2: Lago Titicaca

Los principales afluentes del lago son: el río Ramis que contribuye con un 31 %, Ilave 15 %, Coata 11 %, Catari 7 %, Huancane 7 % y Shuches 6 %, un solo efluente llamado Desaguadero que evacua solo el 5 % del agua hacia el lago Popó [7].

En la zona del lago Titicaca se genera una circulación del viento lago-tierra-lago denominado brisa. Es el resultado de la diferencia de temperatura de la tierra y la superficie acuática. Durante el día, los vientos soplan del lago hacia las riberas. Es debido a que la tierra se calienta más que el lago, generándose así una zona de menor presión que la primera. Durante la noche se invierte la circulación, debido a que la tierra se enfría más que el lago. Los vientos predominantes vienen del lago, con velocidades entre 2 y 4 m/s.

La humedad relativa en promedio anual es de 54 %, con valores mínimos que varían desde 42-47 % en el sur hasta valores máximos de 62-65 % en las riberas del Lago Titicaca.

La presión atmosférica media es similar en todo el sistema y varía principalmente con la altitud, en promedio tiene un valor de 650 mb.

La radiación solar por día varía en Puno, desde 390 a 549 cal/cm^2 entre los meses de julio y noviembre. En el sur del lago varía desde 457 a 596 cal/cm^2 en los mismos meses. En estrecha relación con la radiación, la insolación es de 3 005 h de sol al año en Puno y 2 752 h en el sur del lago. En Puno el número promedio de horas de sol por día varia de

9,6 a 6,0 h entre los meses de julio y enero. En el sur del lago varía entre 8,8 y 5,4 h en los mismos meses [7].

1.1.1. Ciudad de Puno

Puno fue fundada con el nombre de San Carlos de Puno el 4 de noviembre de 1668, es una ciudad del Perú ubicada en el sureste del país. En la actualidad es la capital de la Región Puno y es la principal ciudad en la frontera sur del Perú. Es conocida también como la **Ciudad de Plata**, debido a sus minas de plata las más ricas de toda sudamérica en su época. Se encuentra a orillas del majestuoso lago Titicaca el más importante lago de la región por su bagaje turístico, de transparentes aguas y rica flora. Es también un puerto para el transporte de mercaderías y pasajeros a las diversas islas lacustres y a la república de Bolivia.

1.1.2. Reserva nacional

El lago Titicaca es una reserva nacional peruana establecida mediante el Decreto Supremo N° 185-78 AA del 31 de octubre de 1978. La finalidad es de conservar los recursos naturales del lago Titicaca. Está ubicada en la bioregión denominada **Puna y altos de los Andes** en las provincias de Puno y Huancané.

Existen 13 familias de aves silvestres, las más sobresalientes son: Pato sutro (*anas georgicas*), pato colorado (*anas flavirostris*), pato puna (*oxyura ferrugínea*), huallata (*chleophaga melanoptera*), tiquicho (*callínula chloropus*), parihuana (*phoenicoparrus andinus*), gallere-ta (*fulica ardesiaca*), garza blanca grande (*egretta alba*), gaviota (*larus serranus*).

La totora es el nombre de varios juncos acuáticos entre ellos: el *acirpus californicus*, también llamado ngaátu, todas las especies del género *typha* llamados también juncos o espadañas.

1.1.3. Los uros

Alrededor de año 1800 - 2000 a.C, los Urohitos vivían en territorio actualmente boliviano, en la desembocadura del río Desaguadero. Los Uros eran un grupo migratorio, uno de los 182 reinos aymara una de las más importantes culturas preinca. Ante la inminente invasión inca alrededor de 1400 d.C, los Uros deciden escapar. Será en el lago Titicaca donde encuentren refugio, construyeron una auténtica ciudadela de enormes islas flotantes a base de totora. Actualmente las islas de los Uros es uno de los puntos turísticos más importantes en el Perú. Esto ha hecho que los isleños no sigan una vida independiente del mundo actual, lo que ha provocado una migración y progresivo abandono de las islas a tierra firme en busca de nuevas oportunidades. La totora ha demostrado en estos

últimos 600 años ser el mayor aliado para lograr la supervivencia del pueblo de los Uros, además de ser un material de construcción, ha sido y es utilizado como alimento así como el principal combustible.



Figura 3: Islas del lago Titicaca

1.1.4. Principales islas

La isla de **Amantani** se encuentra al este de la península de Capachica, al norte de la isla de Taquile en el lago Titicaca (Perú). Es de forma casi circular con un diámetro promedio de 3,4 km. Alcanza una superficie de 9,28 km^2 , siendo la mayor isla de la parte peruana del lago. Su altura máxima en la cima del monte Llacastiti es de 4150 msnm, es

decir 321 m sobre el nivel del lago (3809 msnm). La población es de aproximadamente 800 familias repartidas en 8 comunidades. El principal medio de subsistencia es la actividad agrícola producen papas, ocas, cebada y habas. En la actividad pecuaria sobresalen los bovinos y vacunos. Su actividad textil es semejante a la de Taquile, tanto en variedad como en diseño. Debido a la existencia de roca granítica en el cerro Llacastiti se ha desarrollado una actividad de corte y tallado de utensillos para el uso cotidiano y para elementos decorativos en la construcción. Su población ha adoptado una organización basada en el parentesco y en la reciprocidad del trabajo de la propiedad familiar de parcelas de tierra.

La isla de **Taquile o Intika** (en quechua) es una isla situada en el lago Titicaca en el Perú a 45 km de la ciudad de Puno. Cuenta con una población aproximada de 1700 habitantes. La villa principal se encuentra a 3950 msnm y su punto más alto de la isla llega a los 4250 msnm. Los habitantes de esta isla se les conoce como taquileños y son quechuahablantes. Intika fue parte del Imperio Incaico por lo que hasta el día de hoy se pueden apreciar algunos restos arqueológicos. Esta isla fue una de las últimas localidades peruanas que capitularon frente a los españoles en el siglo XVI. Finalmente fue tomada en nombre del emperador Carlos V y eventualmente paso a la corte de Rodrigo de Taquile, de cuyo apellido se desprende hoy su nombre. Los españoles prohibieron la vestimenta tradicional incaica, por lo que los isleños tuvieron que adoptar la vestimenta campesina que hasta el día de hoy usan. La sociedad taquileña esta basada en el trabajo colectivo y en el código moral Inca: **Ama suwa, Ama llulla, Ama qilla** (no robarás, no mentirás y no serás perezoso). Actualmente su economía se basa en la pesca, la agricultura y el turismo. Recibe anualmente 40 000 turistas. Los taquileños son especialmente conocidos por sus tejidos, los que se encuentran dentro de las mejores artesanías peruanas. La siembra de la papa en andenes es favorecido por un microclima generado por el efecto termoregulador del lago.

La isla de la **Luna** también llamada **Koati**, es una isla situada en el lago Titicaca (Bolivia) junto a la isla del Sol. Es pequeña y escarpada cuenta con una superficie de 105,1 hectáreas. En la época del Imperio Inca contaba con un templo denominado Inac Uyo o Palacio de las vírgenes de sol, donde habitaban las denominadas vírgenes del sol. El sitio era un acellahuasi o casa de las escogidas, la mujeres aprendían variados oficios. Entre ellos el tejido y podían llegar a ser las esposas secundarias del Inca. Se dice también que podían ser empleadas para el sacrificio. En la isla sólo podía entrar el emperador Inca máxima autoridad del imperio. Actualmante está poblado por pocas familias indígenas de origen quechua y aymara. Se didican a la agricultura, pastoreo y venta de artesanía a los visitantes. Hablan el quechua, aymara y español.

La isla del **Sol o Isla Titicaca** es una es una isla situada en el lago Titicaca (Bolivia) perteneciente a la provincia de Manco Capac. Tiene una longitud de 9,6 km por 4,6 km de ancho y una superficie de 14,3 km^2 . Es la isla más grande del lago, su nombre original

es **Isla Titikaka** y por ello el lago donde se encuentra lleva su nombre, que significa la **roca del puma**. Presenta un relieve accidentado con muchas terrazas debido al cultivo de antiguos pobladores incas. La isla en la época Inca era un santuario con un templo con vírgenes dedicadas al dios Sol o Inti y de ahí su nombre. La mayor parte de la isla está poblada por indígenas de origen quechua y aymara, dedicados a la artesanía y el pastoreo. Hablan quechua, aymara y el español. A lo largo de toda la isla se aprecian varios sitios arqueológicos, donde sobresale la **Roca Sagrada o Roca** de los orígenes que según las crónicas fue el sitio desde el cual salieron Manco Cápac y Mama Ocllo a fundar la ciudad del Cuzco. También se aprecia la Chinkana o laberinto además del Palacio de Pilkokaina de la época incaica, único por sus características constructivas. Otro sitio importante son las escalinatas de Yumani que conducen hacia la parte alta de la isla, donde existe una fuente de agua de la época precolombina. En la isla se encuentra el museo arqueológico de Challapampa donde se exponen piezas arqueológicas rescatadas de los alrededores.

1.2. Objetivo general

El objetivo principal de la investigación es utilizar el modelo numérico ELCOM, como una herramienta de análisis para comprender mejor la hidrodinámica del lago Titicaca. Para dicho propósito se realizarán simulaciones forzadas con viento y condiciones iniciales de temperatura.

1.3. Objetivo específico

1. Realizar simulaciones de la hidrodinámica del lago Titicaca considerando el esfuerzo del viento y condiciones iniciales de temperatura.
2. Realizar simulaciones de la hidrodinámica del lago Titicaca considerando el esfuerzo del viento, condiciones iniciales de temperatura y el efecto de Coriolis.

1.4. Necesidad de mas investigación

En la actualidad existe un conocimiento sobre los ciclos ecológicos de lagos y represas a escala anual, permitiendo conocer la composición química del agua y las actividades de las comunidades planctónicas. Sin embargo, hace falta un mayor estudio sobre los procesos físicos que ocurren a escala horaria o diaria [8]. En este estudio se requiere de un muestreo y acumulación de información que hasta hace poco era difícil de conseguir. Una técnica usada ampliamente en la actualidad, es la obtención de perfiles de temperatura mediante termistores situados a determinadas profundidades y asociar esta información

a la facilitada por una estación meteorológica. Muchos de los cambios en la biomasa y composición del plancton que no encontraban explicación cuando se analizaban en el contexto del ciclo anual, se pueden entender mejor cuando se analizan las condiciones meteorológicas de unos pocos días antes de que se produzcan los cambios detectados [9].

1.5. Propósito/Hipótesis

1. La circulación en el lago Titicaca, se debe principalmente al esfuerzo del viento y a los procesos de mezcla por turbulencia.
2. El efecto de los afluentes sobre el patrón de circulación, solo tiene un papel importante durante la época de lluvias.
3. Con este trabajo se espera conocer la hidrodinámica del lago Titicaca en escala horaria, su principal forzamiento, así como los procesos de mezcla y su variación espacio-temporal dentro del lago.
4. Encontrar variaciones en la circulación por efecto de la fuerza de Coriolis. Siendo otro factor importante en la explicación de la hidrodinámica del lago
5. Por último se espera definir en que medida el viento favorece la mezcla y modifica el patrón de circulación del lago.

1.6. Justificación

Los lagos cuando están estratificados actúan como osciladores impulsados por las condiciones meteorológicas [10]. Por este motivo las condiciones meteorológicas a corto plazo, horarias y diarias, determinan cambios en la estructura térmica del lago. En días cálidos y soleados aumenta la estabilidad térmica de la columna de agua, mientras que el paso de vientos fuertes permite la mezcla de capas de agua que estaban térmicamente separadas. Según este esquema, los lagos son sistemas muchos más dinámicos a partir de los cambios estacionales que experimentan [8]. Todas estas variaciones producidas por las condiciones meteorológicas, tienen efecto en los procesos químicos y biológicos que se producen en la zona superficial de los lagos y que afectan al epilimnion y a un espesor variable del metalimnion, en función de la cantidad de energía mecánica que se intercambia entre la atmósfera y la superficie del agua [11]. Los lagos situados en valles estrechos y alargados, facilitan el proceso de simulación ya que se puede asumir un régimen de viento constante tanto en magnitud como en dirección [12]. Estas direcciones preferentes determinan un ciclo diario del movimiento del agua superficial que se transmite a los gradientes térmicos existentes en capas inferiores. Cuando la entrada de energía mecánica es pequeña y la estabilidad térmica elevada, cada capa oscila según la frecuencia de flotamiento [13], pero si entra mucha energía cinética turbulenta y/o la estabilidad es baja, el gradiente

térmico se rompe con la consiguiente mezcla de agua. Por lo tanto, la entrada de energía se asocia a una mezcla que entre otros compuestos, bombea nutrientes hacia la superficie y transporta oxígeno hacia el fondo. Estos pulsos asociados a la inestabilidad meteorológica genera pulsos en la composición química y en la producción del sistema.

La estratificación vertical de una columna de agua de un lago asume que existen tres capas denominadas: epilimnion, termoclina e hipolimnion. Esta estratificación se basa en la idea de que la separación entre el agua superficial más caliente y la profunda fría, se produce mediante un cambio brusco de temperatura del orden de un grado a más por metro de profundidad. No obstante, en la actualidad la realización de perfiles de temperatura de mayor detalle están mostrando una estructura más compleja de la capa intermedia, que ahora se considera como un sistema multicapa. Los lagos presentan gradientes térmicos importantes en la transición entre el epilimnion y el hipolimnion, a esta capa intermedia se la denomina termoclina. Esta aproximación propia de lagos ha servido para encubrir que existen capas intermedias con múltiples cambios de temperatura [14]. Esta estructura térmica más compleja es el resultado de una sucesión discontinua en el tiempo de entrada de energía desde la superficie en forma de calor y de turbulencia que se asocia a las condiciones meteorológicas. El estudio de ciclos térmicos de los lagos ha permitido resaltar la importancia de esta capa intermedia. Se observa que lo que hasta ahora se denominaba termoclina es en realidad un conjunto de termoclinas que forman el metalimnion. Desde el punto de vista biológico esta multiestratificación permite entender la gran riqueza de especies que pueden coexistir en una capa de agua que en ocasiones no va más allá de 15 o 20 m de espesor desde la superficie. Según esta visión cada una de estas capas contiene su propia comunidad de organismos y en ella tienen lugar procesos químicos y biológicos ligeramente diferentes que permiten mantener un elevado grado de biodiversidad. Todos estos cambios en la estructura térmica de los lagos tienen consecuencias en los procesos químicos y biológicos y por tanto afectan a la calidad del agua por lo que su estudio es de gran interés.

2. Procesos Físicos

2.1. Lagos

Los sistemas de agua dulce no son aislados o autónomos, entran materiales y sustancias procedentes de la cuenca y salen otros por los cauces que drenan el humedal. Las sustancias como el carbono y el nitrógeno se procesan dentro del sistema, por lo que la calidad del agua dentro de un sistema húmedo es un factor crítico porque las concentraciones o la presencia / ausencia de nutrientes, sustancias y compuestos influirán en la composición de la flora y fauna de su comunidad acuática.

Los sedimentos que entran en un sistema provienen de la escorrentía, de la erosión de la orilla del río o de materia orgánica derivada de algas muertas, hojas u otra materia vegetal. La fuente del sedimento afecta la calidad del agua porque aporta nutrientes y contaminantes que causan la eutrofización y efectos tóxicos mientras el sedimento permanece en suspensión, el mismo sedimento reduce la disponibilidad de luz. La deposición de los sedimentos en los ríos y lagos puede obstruir los canales de navegación. Las cantidades de sedimento pueden afectar a la pesca, sobre todo cuando los cambios en su deposición alteran los sustratos de desove de los peces. Variaciones en la profundidad del agua pueden modificar el crecimiento de las plantas acuáticas y los sustratos de enraizamiento.

Las sustancias que se encuentran en mayor proporción son el nitrógeno, fósforo, pesticidas y sedimentos. Estas sustancias provienen de los fertilizantes agrícolas, fertilizante transportado por aguas de escorrentía a través de las vías de drenaje, estaciones depuradoras de aguas residuales, pozos negros subterráneos y superficiales, detergentes de barcos, grandes concentraciones de aves, erosión en tramos aguas arriba, escorrentía, erosión por el tráfico de barcos, fuentes orgánicas como hojas, algas, lodo, los sedimentos arrastran otras sustancias al sistema.

2.2. Intercambio de energía en la superficie del lago

La superficie de intercambio de energía entre la capa de agua y la atmósfera, incluye el calentamiento debido a la penetración de la radiación de onda corta, onda larga y a los flujos debido a la evaporación. El flujo de radiación solar de onda corta de 280 nm a 2800 nm suele medirse directamente. El flujo de radiación de onda larga más de 2800 nm emitidos por las nubes y vapor de agua atmosférico puede medirse directamente o calcularse a partir de zonas con nubes, temperatura del aire y la humedad. El coeficiente de reflexión, o albedo, de radiación de onda corta varía de un lago a otro y depende del ángulo de incidencia del sol, color del lago y la inclinación de la superficie libre del lago [15].

2.2.1. Flujo de energía de radiación solar de longitud de onda corta

La radiación solar de onda corta que llega a la superficie del lago puede dividirse en cuatro componentes, la profundidad de penetración de la radiación en la columna de agua depende del coeficiente de extinción para cada ancho de banda y del flujo neto de radiación de onda corta que penetra en la superficie del agua.

1. Radiación fotosintéticamente activa (PAR) 45 %, coeficiente de extinción $0.25 (m^{-1})$
2. Infrarrojo Cercano (NIR) 41 %, coeficiente de extinción $1.00 (m^{-1})$
3. Ultra Violeta A (UVA) 3,5 %, coeficiente de extinción $1.00 (m^{-1})$
4. Ultra Violeta B (UVB) 0,5 %, coeficiente de extinción $2.50 (m^{-1})$

El flujo neto (Q_{sw}) de radiación solar que penetra en el agua puede ser escrito como:

$$Q_{sw} = Q_{sw(total)}(1 - r_a^{sw}) \quad (1)$$

donde, $Q_{sw(total)}$ es el flujo de radiación de onda corta que alcanza la superficie del agua, r_a^{sw} es el albedo de onda corta en la superficie del agua. Para el hemisferio sur esta dado por

$$r_a^{sw} = R_a^{sw} + a_{sw} \sin\left(\frac{2\pi d}{D} - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

donde, $R_a^{sw} = 0.08$; $a_{sw} = 0.02$; $D = 365$ días; d , número de días en el año.

La radiación de onda corta que penetra en el agua para cada banda de acuerdo con la ley de Beer-Lambert, es

$$Q_z = Q_{sw} e^{-\gamma z} \quad (3)$$

donde, z es la profundidad por debajo de la superficie del agua y γ el coeficiente de extinción para cada capa.

Por lo tanto, la variación de la energía por unidad de área denominada flujo de radiación de onda corta para la capa k , que entra a través de su cara superior es:

$$\Delta Q_k = Q_k - Q_{k-1} \quad (4)$$

$$\Delta Q_k = Q_k (1 - e^{-\gamma \Delta Z_k}) \quad (5)$$

Para fines de calentamiento, todos los ΔQ_k se convierten en calor. Si hay exceso de energía de onda corta en el fondo de una columna de agua, esta se reflejará hacia arriba y se propagará de acuerdo a la Ley de Beer-Lambert [15].

2.2.2. Flujo de energía de radiación solar de longitud de onda larga

La radiación de onda larga se calcula por uno de los tres métodos, dependiendo de los datos de entrada. Tres medidas de entrada se permite: radiación incidente de onda larga, radiación neta de onda larga, y nubosidad.

El flujo de radiación incidente de onda larga, requiere del aporte del albedo y la radiación de onda larga emitida por la superficie del agua. La radiación de onda larga que penetra en la superficie del agua es

$$Q_{lw} = (1 - r_a^{lw})Q_{lw}(incidente) \quad (6)$$

donde Q_{lw} , es el flujo de energía debido a la radiación de onda larga incidente en la superficie del agua, r_a^{lw} , es el albedo de la superficie para la onda larga, $Q_{lw}(incidente)$, es la radiación de onda larga incidente en la superficie.

La radiación de onda larga emitida por la superficie del agua viene dada por

$$Q_{lw}(emitido) = \epsilon \sigma T^4 \quad (7)$$

donde ϵ es la emisividad de la superficie del agua (0,96), σ es la constante de Stefan-Boltzmann ($5,6697 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$), y T es la temperatura absoluta de la superficie del agua, es decir, temperatura de la capa superficial.

El flujo neto de energía de radiación de onda larga que queda en la capa superficial es,

$$Q_{lw}(neto) = (1 - r_a^{lw})Q_{lw}(incidente) - \epsilon \sigma T^4 \quad (8)$$

2.2.3. Nubosidad

La radiación de onda larga también pueden ser estimada a partir de las condiciones atmosféricas, utilizando la fracción de nubosidad ($0 < C < 1$). El flujo de energía neta de radiación incidente sobre la superficie del agua es

$$Q_{lw} = (1 - r_a^{lw})Q_{lw}(aire) \quad (9)$$

donde

$$Q_{lw}(aire) = (1 + 0,17C^2)\epsilon_a(T_a)\sigma T_a^4 \quad (10)$$

el sufijo a esta referida a las propiedades del aire.

$$\epsilon_a(T_a) = C\epsilon T_a^2 \quad (11)$$

donde $C\epsilon = 9,37 \times 10^6 \text{ K}^{-2}$

El flujo de energía de radiación de onda larga emitida por el agua esta dado por

$$Q_{lw}(emitido) = \epsilon - w\sigma T_w^4 \quad (12)$$

El flujo neto de radiación de onda larga que penetra en la capa superficial del agua es

$$Q_{lw}(neto) = (1 - r_a^{lw})(1 + 0,17C^2)\epsilon_a(T_a)\sigma T_a^4 - \epsilon_w\sigma T_w^4 \quad (13)$$

2.2.4. Flujo de calor sensible

La pérdida de calor sensible (Q_{sh}) de la superficie del lago para el periodo dt , puede ser escrito como

$$Q_{sh} = (C_s)(\rho_a)(C_p)(U_a)(T_a - T_s)dt \quad (14)$$

donde C_s es el coeficiente de transferencia de calor sensible de la velocidad del viento a 10 m de altura por encima de la superficie del agua ($1,3 \times 10^{-3}$), ρ_a la densidad del aire en $kg\ m^{-3}$, C_p el calor específico del aire a presión constante ($1003\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$), U_a es la velocidad del viento a 10 m de altura en $m\ s^{-1}$, las dos temperaturas en grados centígrados o ambos en grados Kelvin [15].

2.2.5. Flujo de calor latente

El calor latente de evaporación esta dado por

$$Q_{lh} = \min(0, \frac{0,622}{P}(C_L)(\rho_a)(L_E)(U_a)(e_a - e_s(T_s))dt) \quad (15)$$

donde P es la presión atmosférica en pascales, C_L es el coeficiente de transferencia de calor latente ($1,3 \times 10^{-3}$) para la velocidad del viento a la altura de referencia de 10 m, ρ_a la densidad del aire en $kg\ m^{-3}$, L_E calor latente de evaporación del agua ($2,453 \times 10^6\ J\ kg^{-1}$), U_a es la velocidad del viento en $m\ s^{-1}$ a 10 m de altura, e_a es la presión de vapor de aire, y e_s la presión de saturación del vapor de agua en la temperatura de la superficie T_s ; ambas presiones de vapor se miden en pascales. La condición $Q_{lh} < 0$, es para no considerar los efectos de la condensación.

$$e_s(T_s) = 100\exp[2,3026(\frac{7,5T_a}{T_s + 273,3} + 0,758)] \quad (16)$$

donde T_s en grados Celsius y e_s en pascales.

El total de flujo de energía no penetrativa que se queda en la capa superficial durante el periodo dt viene dado por

$$Q_{no-pen} = Q_{lw} + Q_{sh} + Q_{lh} \quad (17)$$

2.3. Turbulencia y mezcla

La formación de una capa de mezcla en un lago es similar a la que se forma en el oceano. La mezcla en lagos es solamente debida a las propiedades moleculares del agua. El agua cambia de densidad con los cambios de temperatura. La estructura de temperatura se complica por el hecho de que el agua dulce tiene densidad máxima a $3,98\ ^\circ C$. Los lagos donde la superficie se mantiene muy fría y en primavera al calentarse la superficie la capa de mezcla se extiende hacia el fondo. Nuevamente al aproximarse el otoño comienza el

enfriamiento. Este proceso de bajar y subir la capa de mezcla es muy importante para mantener la oxigenación de lagos profundos[24].

La capa de mezcla, es una capa en donde hay activa turbulencia. La capa de mezcla superficial es una capa donde esta turbulencia es generada por vientos, enfriamiento, o procesos como la evaporación, o la formación de hielo.

Hay tres fuentes primarias de energía que generan turbulencia y mezcla, dentro de la capa de mezcla en un lago.

1. La rompiente de ondas de superficie, que transmite energía mecánica en los primeros metros de la capa superior, donde se disipa en gran parte.

2. Las corrientes de viento, que crea capas en donde hay distintas velocidades. Cuando esas corrientes alcanzan suficiente magnitud, pueden entrar en un fluido estratificado. Este proceso es frecuentemente descrito y modelado como un ejemplo de inestabilidad Kelvin-Helmholtz. El comienzo de la inestabilidad Kelvin-Helmholtz está dado por el número de Richardson R_i . Típicamente la capa es inestable para $R_i < 0,25$. El número de Richardson es adimensional que expresa la relación entre la energía potencial y la energía cinética de un fluido. Es más frecuente utilizar el recíproco de la raíz cuadrada del número de Richardson, conocido como número de Froude [16].

$$R_i = \frac{gh}{u^2} \quad (18)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, h la coordenada vertical y u es la rapidez horizontal.

Al considerar flujos con pequeños diferenciales de densidad (aproximación de Boussinesq), es común utilizar la gravedad reducida g' y el parámetro relevante es el número densimétrico de Richardson dado por

$$R_i = \frac{g'h}{u^2} \quad (19)$$

Si $R_i < 1$, la flotación es poco importante en el fluido. Si $R_i > 1$, la flotación es dominante en el sentido que hay insuficiente energía cinética para homogeneizar el fluido[8].

3. Si hay enfriamiento o evaporación en la superficie, causa que la densidad superficial aumente y se produce convección. Las capas de mezcla más profundas se forman en este proceso, dando lugar a una forma de inestabilidad Rayleigh-Taylor. Dos capas completamente planas y paralelas de fluido inmiscible están en equilibrio, pero a la menor perturbación se disipará energía potencial, moviéndose el material más pesado hacia abajo por el campo gravitacional efectivo, y el más liviano se desplazará hacia arriba [17].

2.4. Estratificación

Las superficies isobáricas son expresadas mediante la ecuación diferencial

$$dP = -\rho g dz \quad (20)$$

$$dP = -\rho d\phi \quad (21)$$

$$dP = -\frac{P}{RT}d\phi \quad (22)$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{1}{RT}d\phi \quad (23)$$

$$d\ln P = -\frac{1}{RT}d\phi \quad (24)$$

donde

$$d\phi = g dz \quad (25)$$

ϕ es el potencial gravitacional, P la presión, g la aceleración de la gravedad y z la profundidad.

En las superficies de nivel se tiene $d\phi = 0$, resulta que en el estado de equilibrio, las superficies isobáricas coinciden con las de nivel, es decir son paralelas.

La ecuación (24) también indica que las isotermas son paralelas a las de nivel y a las isobáricas. Por lo tanto como ϕ solo depende de z , tenemos que en el estado de equilibrio las superficies de nivel, las isobáricas e isotermas coinciden y reciprocamente cuando esto ocurre decimos que hay equilibrio.

Si expresamos el diferencial de presión como

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x}dx + \frac{\partial P}{\partial z}dz \quad (26)$$

y suponemos que $dP = 0$ y $dz = 0$, resulta

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (27)$$

Significa que no hay cambio de la presión en la dirección x cuando $z = \text{constante}$. Por lo tanto el fluido esta estratificado horizontalmente, entonces las superficies de nivel, isobáricas y las isotermas coinciden. La condición para que exista equilibrio, es que el fluido este estratificado horizontalmente.

Cuando coinciden las superficies isobáricas con las isopícnas (igual densidad), se dice que hay barotropía. Un fluido en equilibrio, es barotrópico. El recíproco no necesariamente es verdad, un fluido puede ser barotrópico sin estar en equilibrio, cuando las isobáricas e isotermas están inclinadas respecto a las superficies de nivel.

Cuando no se cumple la condición de barotropía, se dice que el sistema es baroclínico. El sistema puede estar en movimiento siendo la estratificación barotrópica o baroclínica. Si es barotrópica las isobáricas y las isopícnas siendo paralelas entre ellas, están inclinadas respecto a la superficie de nivel (plano horizontal). El ángulo que forman dichas superficies entre si se considera como un índice de baroclinidad [18].

3. Metodología

3.1. Descripción del modelo

Se realizó el estudio de la hidrodinámica del lago Titicaca, utilizando el modelo numérico Estuary and Lake Computer Model (ELCOM), desarrollado en la universidad de Western Australia. ELCOM es una herramienta de simulación numérica aplicado a lagos, estuarios y represas, usado para simular procesos físicos en un volumen de agua estratificado con forzamiento ambiental. El modelo soluciona las ecuaciones de Navier-Stokes para un flujo incompresible usando la aproximación hidrostática para la presión. Los procesos modelados incluyen respuestas barotrópicas, baroclínicas, efectos de rotación, forzamiento por mareas, viento, evaporación, afluentes y efluentes. Los algoritmos se basan en el método de Euler-Lagrange para la advección, con una solución del gradiente conjugado para la altura de la superficie libre [4].

Al adaptar el modelo para una simulación se necesita preparar los archivos que se localizan en el folder Pre. Entre ellos, el archivo bathymetry.dat proporciona la información de la topografía y el tamaño de la grilla. El archivo bc.dat, señala las posiciones de las celdas que tienen información sobre las condiciones de frontera y update.dat señala la posición de las celdas que tienen información de las condiciones iniciales. Al activar el ejecutable el modelo entrega los archivos sparsedata.unf y usedata.unf. Los archivos que se localizan en el folder Run. El archivo run elcom.dat, especifica la salida del archivo datablock (*.db) que señala operaciones de salida de datos, los archivos temporales de la condición de frontera (*.dat), los archivos de condiciones iniciales y los archivos de forzamientos ambientales. Al activar el ejecutable, los archivos de salida del datablock se nombran y se configuran a través del archivo datablock.db. ELCOM produce archivos (binarios) sin formato de FORTRAN según lo especificado por la configuración de salida del datablock. En general, un archivo de salida del datablock contiene uno o más tipos de datos (temperatura, velocidad, etc) aplicados a un sistema de puntos en un intervalo específico de tiempo [19]. Estos archivos se pueden tratar de nuevo en archivos NETCDF usando el comando línea del programa dbconv.exe. Este fue utilizado para convertir el datablock sin formato creados por ELCOM a los archivos NETCDF que se pueden después procesar y visualizar en un programa tal como Matlab [20].

En el modelo se resolverá las ecuaciones de la hidrodinámica y transporte de materia, para un fluido incompresible, estratificado, viscoso, mediante soluciones aproximadas de las ecuaciones de Navier-Stokes y la ecuación de Continuidad.

La ecuación de Continuidad considera que la masa de un fluido contenido en un volumen definido, es una propiedad conservativa. La masa del fluido que entra menos la masa del fluido que sale de dicho volumen, se denomina variación de masa y debe ser igual a cero. No se puede crear ni destruir fluido en el interior del volumen, esta expresado por

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho U = 0 \quad (28)$$

para un fluido estacionario

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (29)$$

si el fluido es incompresible, la densidad ρ es constante,

$$\nabla \bullet \rho U = 0 \quad (30)$$

donde ρ es la densidad, U es la velocidad y t el tiempo.

El desplazamiento de las partículas en un líquido es producido por la acción de fuerzas. Este movimiento presenta un estado constante de equilibrio entre ellas. Tres fuerzas son importantes para explicar la dinámica de un fluido: la fuerza debido a la diferencia de presión, la fricción, y la fuerza de Coriolis. La fuerza debido a la diferencia de presión se describirá por el gradiente horizontal y vertical. El gradiente vertical es el resultado del aumento de la presión con la profundidad que existe en el líquido sin importar su estado de movimiento; no tiene importancia en el estudio. El gradiente horizontal de presión, no se puede sostener sin el movimiento. Las partículas del líquido experimentan una fuerza dirigida de regiones de alta presión hacia regiones de baja presión e intentan moverse en dirección opuesta al del gradiente de presión. La presión en un punto en el lago se determina por el peso de la columna de agua sobre ella y depende de la altura de la columna y de su densidad. El gradiente horizontal de presión será el resultado de la diferencia en la altura del agua sobre el horizonte y de la diferencia en la densidad. La fuerza de Coriolis, es una fuerza evidente solamente para un observador en la tierra que rota. En ausencia de cualquier fuerza, la partícula se desplazará siguiendo una trayectoria recta y con velocidad constante. Al desplazarse trayectorias grandes sobre la superficie de la tierra experimentará una desviación. Esta desviación es consecuencia de la conservación del momento angular, cuando la tierra rota. Todos los puntos en la superficie tienen su propio momento angular proporcional a la distancia al eje de rotación, visto desde un punto fijo en la tierra la partícula experimentará una fuerza que causa la desviación. Ésta fuerza se denomina fuerza de Coriolis, es siempre normal a la velocidad de la partícula, actúa hacia la derecha de la dirección del movimiento en el hemisferio norte y hacia la izquierda de la dirección del movimiento, en el hemisferio sur. La fricción, se encarga de la transferencia de momento de la atmósfera al lago. Sin él, los vientos se deslizarían sobre la superficie sin formar ondas y corrientes que transporten el agua. La fricción también es importante a lo largo del fondo del lago [21].

La conservación del momento lineal, indica que la variación del momento en un punto es igual al cambio del momento en ese punto más el cambio del momento debido al desplazamiento de la partícula a una posición donde la velocidad es diferente.

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + (U \bullet \nabla)U \quad (31)$$

El primer término representa la aceleración de la partícula, el segundo término indica que ésta aceleración depende de la posición y el tiempo. Para nuestro estudio quedan

expresadas por

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + f v \quad (32)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial v}{\partial z} \right) + f u \quad (33)$$

donde u , v y w son las componentes de la velocidad en las direcciones x , y , z respectivamente; t es el tiempo; η es la elevación de la superficie de agua; g es la aceleración de la gravedad; f el parámetro de coriolis y ν y μ son los coeficientes horizontal y vertical de la viscosidad

La ecuación hidrostática, está definida por

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (34)$$

con

$$\rho = \rho_o + \rho'(T) \quad (35)$$

donde ρ es la densidad, ρ_o es la densidad de referencia del agua, P es la presión y T la temperatura.

ELCOM es un modelo tridimensional que predice la variación espacial y temporal de la temperatura y la salinidad de un volumen de agua. El intercambio de calor a través de la superficie del agua es separada en radiación de onda larga no penetrativa, transferencia de calor sensible y pérdida de calor por evaporación complementada por la radiación de onda corta penetrativa. El esquema numérico fundamental se adapta del trabajo realizado por Casulli y Cheng (1992) con modificaciones para la conservación de escalares. La malla usa celdas ortogonales de ancho variable de acuerdo a la malla de Arakawa-C. Las velocidades se definen en las caras de las celdas y las concentraciones de escalares en el centro de la celda. La altura de la superficie libre en cada columna de las celdas de la malla se desplaza verticalmente con las capas de la malla según los requisitos de la ecuación de evolución de la superficie libre. La evolución de la superficie libre es gobernada por la integración de la ecuación de continuidad cuando el fluido es incompresible, está dado por

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = w - u \frac{\partial \eta}{\partial u} \quad (36)$$

η es la elevación de la superficie del agua, u y w son las componentes de la velocidad.

En un método numérico inestable la escala de tiempo del promedio es el paso de tiempo usado en la evolución de las ecuaciones. Así, el paso de tiempo máximo para una resolución dada de la malla esta limitado por la física de la escala de la malla. Para flujos puramente barotrópicos se produzcan resultados estables para cualquier paso de tiempo, sin embargo para fluidos estratificados se usa la discretización explícita de los términos

baroclínicos en la ecuación del momento reduciendo el tamaño del paso de tiempo basado en la condición de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), tal que se requiere

$$(g' D)^{1/2} \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right) < \sqrt{2} \quad (37)$$

El lado izquierdo se define como el número CFL baroclínico, donde g' es la gravedad reducida debido a la estratificación, D es la profundidad, $(g' D)^{1/2}$ es una aproximación de la velocidad de una onda interna. Esta condición baroclínica de estabilidad es la condición más restrictiva de un fluido estratificado.

Desde el punto de vista físico estas capas presentan resistencia a la mezcla por entrada de energía cinética turbulenta desde la superficie en función de su estabilidad térmica. Por este motivo se puede calcular la estabilidad térmica de las diferentes capas que componen un perfil mediante la ecuación

$$E = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (38)$$

donde ρ es la densidad media de la capa de agua considerada, $\partial \rho$ es la variación de densidad y ∂z el espesor de la capa. Como se observa la estabilidad E , es nula cuando no hay diferencia de densidad y se incrementa en la medida en que aumenta la densidad del agua en los puntos extremos de la capa. Si consideramos que la temperatura es el único factor importante en la determinación de la densidad se puede deducir que la estabilidad de la columna dependerá del grado de estratificación térmica. La frecuencia, denominada de flotamiento (N) queda establecida por la ecuación

$$N = \sqrt{gE} = \sqrt{\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z}} \quad (39)$$

donde, g es la aceleración de la gravedad (980 cms^{-2}). La expresión N^2 es una medida de la resistencia a la mezcla que presenta una capa de espesor ∂z . El análisis dimensional de N^2 tiene como unidad $1/T^2$, o lo que es lo mismo el cuadrado de una frecuencia ($1/T$). En el cálculo de N , se puede considerar que la densidad del agua depende exclusivamente de la temperatura.

La estabilidad térmica E de cada una de las capas que se pueden formar en la interfase epilimnion-metalimnion, mide la resistencia a la mezcla por entrada de energía cinética turbulenta desde la superficie, pero si esta energía no es suficiente para romper y mezclar el agua de una capa con las adyacentes, esta energía servirá para producir oscilaciones u ondas internas cuya frecuencia esta definida por el valor de N . Por este motivo, si sumergimos cadenas de termistores en la zona del metalimnion durante el periodo de estratificación podremos medir la amplitud y periodo de esta ondas.

El viento es la fuente de energía cinética turbulenta más importante de un sistema acuático lacustre y por tanto las oscilaciones que se pueden encontrar en las capas del metalimnion reflejan la secuencia e intensidad del viento al soplar en su superficie. Los

lagos cuando están estratificados funcionan como sistemas osciladores en los que se generan ondas cuya frecuencia esta definida por el gradiente de densidad de cada capa.

3.1.1. Algoritmo

ELCOM realiza simulaciones resolviendo las ecuaciones de la hidrodinámica. Usa el método semi-implícito de diferencias finitas para tres dimensiones, desarrollado por Casulli y Cheng [4]. Las limitaciones están dadas por el paso del tiempo, la viscosidad, el flujo barotrópico, baroclínico y la batimetría.

Resuelve la ecuación de continuidad (28) y del momento (31). Las ecuaciones son discretizadas y resueltas mediante el método semi-implícito. Los términos convectivos y viscosos también son discretizados usando la aproximación de Euler-Lagrange. Usa el paso de tiempo grande que ayuda a superar inconvenientes computacionales mejorando la eficiencia y precisión.

Integrando la ecuación de continuidad en la dirección z se obtiene la ecuación de la superficie libre

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-h}^{\eta} u dz \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_{-h}^{\eta} v dz \right) = 0 \quad (40)$$

Aplicado las condiciones de frontera donde el esfuerzo del viento τ_x^w y τ_y^w debido a la fricción sobre la superficie libre esta expresado por

$$\tau_x^w = \nu \frac{\partial u}{\partial z} \quad (41)$$

$$\tau_y^w = \nu \frac{\partial v}{\partial z} \quad (42)$$

La condición de fontera en el fondo, se relaciona con los términos del esfuerzo del fondo y las componentes de la velocidad de las capas adyacentes. El esfuerzo del fondo se relaciona con las leyes de la turbulencia donde el coeficiente de fricción esta asociado con el cuadrado de la velocidad, según Manning-Chezy esta dado por

$$\frac{g\sqrt{u^2 + v^2}}{Cz^2} u = \nu \frac{\partial u}{\partial z} \quad (43)$$

$$\frac{g\sqrt{u^2 + v^2}}{Cz^2} v = \nu \frac{\partial v}{\partial z} \quad (44)$$

donde Cz es el coeficiente de fricción de Chezy.

Usando las ecuaciones 40, 41, 42, 43 y 44, la aproximación no lineal de los términos convectivos, las ecuaciones para dos dimensiones son

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_x^w}{H} + \frac{g\sqrt{U^2 + V^2}}{Cz^2 H} U + fV \quad (45)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_x^w}{H} + \frac{g \sqrt{U^2 + V^2}}{C z^2 H} V + f U \quad (46)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(HU)}{\partial x} + \frac{\partial(HV)}{\partial y} = 0 \quad (47)$$

donde

$$U = \frac{1}{H} \left(\int_{-h}^{\eta} u dz \right), V = \frac{1}{H} \left(\int_{-h}^{\eta} v dz \right) \quad (48)$$

Las ecuaciones 45, 46 y 47 constituyen tres ecuaciones diferenciales, donde no conocemos $U(x,y,t)$, $V(x,y,t)$ y $\eta(x,y,t)$. La discusión de las ecuaciones en dos dimensiones sirve para desarrollar el método en tres dimensiones.

El modelo resuelve en tres dimensiones la ecuación de continuidad y momento. Los términos convectivos, coriolis y viscosidad horizontal de la ecuación del momento son resueltos mediante discretización explícita. La viscosidad vertical y la mezcla vertical serán resueltos mediante discretización implícita. La discretización para una celda de dimensiones δx , δy y δz define la velocidad en el centro de las caras. Los índices i , j y k corresponden al centro de la cara. La discretización semi-implícita de la ecuación del momento tiene la forma

$$u_{i+1/2,j,k}^{n+1} = F u_{i+1/2,j,k}^n - g \frac{\delta t}{\delta x} (\eta_{i+1,j}^{n+1} - \eta_{i,j}^{n+1}) + \delta t \frac{\nu_{k+1/2} \frac{u_{i+1/2,j,k+1}^{n+1} - u_{i+1/2,j,k}^{n+1}}{\delta z_{i+1/2,j,k+1/2}} - \nu_{k-1/2} \frac{u_{i+1/2,j,k}^{n+1} - u_{i+1/2,j,k-1}^{n+1}}{\delta z_{i+1/2,j,k-1/2}}}{\delta z_{i+1/2,j,k}} \quad (49)$$

$$v_{i,j+1/2,k}^{n+1} = F v_{i,j+1/2,k}^n - g \frac{\delta t}{\delta y} (\eta_{i,j+1}^{n+1} - \eta_{i,j}^{n+1}) + \delta t \frac{\nu_{k+1/2} \frac{v_{i,j+1/2,k+1}^{n+1} - v_{i,j+1/2,k}^{n+1}}{\delta z_{i,j+1/2,k+1/2}} - \nu_{k-1/2} \frac{v_{i,j+1/2,k}^{n+1} - v_{i,j+1/2,k-1}^{n+1}}{\delta z_{i,j+1/2,k-1/2}}}{\delta z_{i,j+1/2,k}} \quad (50)$$

donde

$\delta z_{i+1/2,j,k}$ y $\delta z_{i,j+1/2,k}$ son los espesores de la K ésima capa de agua que se denotará de forma más simple como δz_k .

Usando las condiciones de frontera para el esfuerzo del viento, el fondo y la notación adecuada, se tiene

$$\tau_x^w = \nu_{M+1/2} \frac{u_{i+1/2,j,M+1}^{n+1} - u_{i+1/2,j,M}^{n+1}}{\delta z_{i+1/2,j,M+1/2}} \quad (51)$$

$$\tau_y^w = \nu_{M+1/2} \frac{v_{i,j+1/2,M+1}^{n+1} - v_{i,j+1/2,M}^{n+1}}{\delta z_{i,j+1/2,M+1/2}} \quad (52)$$

$$\nu_{m-1/2} \frac{u_{i+1/2,j,m}^{n+1} - u_{i+1/2,j,m-1}^{n+1}}{\delta z_{i+1/2,j,m-1/2}} = \frac{g \sqrt{(u_{i+1/2,j,m}^n)^2 + (v_{i+1/2,j,m}^n)^2}}{Cz^2} u_{i+1/2,j,m}^{n+1} \quad (53)$$

$$\nu_{m-1/2} \frac{v_{i,j+1/2,m}^{n+1} - v_{i,j+1/2,m-1}^{n+1}}{\delta z_{i,j+1/2,m-1/2}} = \frac{g \sqrt{(u_{i,j+1/2,m}^n)^2 + (v_{i,j+1/2,m}^n)^2}}{Cz^2} v_{i,j+1/2,m}^{n+1} \quad (54)$$

En las ecuaciones anteriores no existen los valores de u y v para los niveles $M+1$ y $m-1$, estan fuera del dominio. Al sustituir las condiciones de frontera 49 y 50 en las ecuaciones 47 y 48 los valores ficticios son remplazados por valores de u y v definidos en el dominio de interés. Las ecuaciones de movimiento con las condiciones de frontera se escriben en forma matricial como sigue

$$A_{i+1/2,j}^n U_{i+1/2,j}^{n+1} = G_{i+1/2,j}^n - g \frac{\delta t}{\delta x} (\eta_{i+1,j}^{n+1} - \eta_{i,j}^{n+1}) \delta Z_{i+1/2,j}^n \quad (55)$$

$$A_{i,j+1/2}^n U_{i,j+1/2}^{n+1} = G_{i,j+1/2}^n - g \frac{\delta t}{\delta y} (\eta_{i,j+1}^{n+1} - \eta_{i,j}^{n+1}) \delta Z_{i,j+1/2}^n \quad (56)$$

Donde $A, U, V, G, \delta Z$ son matrices. Las ecuaciones 51 y 52, forman un sistema tridiagonal lineal junto a la ecuación de elevación de la superficie del agua.

La discretización de la ecuación de la superficie libre usando diferencias finitas

$$\eta_{i,j}^{n+1} = \eta_{i,j}^n - \frac{\delta t}{\delta x} \left(\sum_{k=m}^M \delta z_{i+1/2,j,k} u_{i+1/2,j,k}^{n+1} - \sum_{k=m}^M \delta z_{i-1/2,j,k} u_{i-1/2,j,k}^{n+1} \right) - \frac{\delta t}{\delta y} \left(\sum_{k=m}^M \delta z_{i,j+1/2,k} v_{i,j+1/2,k}^{n+1} - \sum_{k=m}^M \delta z_{i,j-1/2,k} v_{i,j-1/2,k}^{n+1} \right) \quad (57)$$

En notación matricial

$$\eta_{i,j}^{n+1} = \eta_{i,j}^n - \frac{\delta t}{\delta x} [(\delta Z_{i+1/2,j})^T U_{i+1/2,j}^{n+1} - (\delta Z_{i-1/2,j})^T U_{i-1/2,j}^{n+1}] - \frac{\delta t}{\delta y} [(\delta Z_{i,j+1/2})^T V_{i,j+1/2}^{n+1} - (\delta Z_{i,j-1/2})^T V_{i,j-1/2}^{n+1}] \quad (58)$$

Para una estructura dada de F , las ecuaciones 48 y 50 constituyen un sistema lineal de ecuaciones donde no se conocen $u_{i+1/2,j,k}^{n+1}$, $v_{i,j+1/2,k}^{n+1}$ y $\eta_{i,j}^{n+1}$. Este sistema es resuelto para un intervalo de tiempo y condiciones iniciales dadas.

Finalmente la discretización de la ecuación de continuidad en la componente vertical tiene la forma

$$w_{i,j,k+1/2}^{n+1} = w_{i,j,k-1/2}^{n+1} - \frac{\delta z_{i+1/2,j,k}^n u_{i+1/2,j,k}^{n+1} - \delta z_{i-1/2,j,k}^n u_{i-1/2,j,k}^{n+1}}{\delta x} - \frac{\delta z_{i,j+1/2,k}^n v_{i,j+1/2,k}^{n+1} - \delta z_{i,j-1/2,k}^n v_{i,j-1/2,k}^{n+1}}{\delta y} \quad (59)$$

[4].

3.2. Adaptación del modelo

El modelo computacional ELCOM, se adaptó para realizar las simulaciones del lago Titicaca. El archivo principal que se utilizó para iniciar una simulación fue la batimetría del lago. La batimetría es la información sobre la geometría o topografía del lago. El archivo bathymetry se diseña para que el usuario ingrese el dominio de la simulación. El formato del archivo bathymetry es rígido respecto a las cantidades de datos proporcionados. Entre ellas, las dimensiones de la malla, el número de capas, la ubicación geográfica del lago, la frontera del lago y la frontera abierta. Los módulos de simulación fueron preparados considerando: el fluido real, flujo de régimen no estacionario, viscoso y rotacional.

El módulo de intercambio de calor (iheatinput), representa el flujo de calor a través de la superficie que causa la variación de la energía almacenada en el lago. El flujo de calor cambia la densidad de las capas superficiales del lago, modificando la flotabilidad. Para utilizar este módulo, se requiere que el usuario proporcione los datos en archivos temporales de la condición límite: radiación solar, velocidad del viento, temperatura del aire, humedad relativa.

En el módulo de capa mezclada (iclosure), los fenómenos de estratificación y mezcla son estudiados detalladamente. Estos fenómenos están relacionados con la intensidad de los esfuerzos. El viento actúa sobre las capas superficiales, si se desea simular un flujo estratificado se considera $iclosure = 1$. Si la energía mecánica que transmite el viento por la superficie y genera mezcla con turbulencia se recomienda activar $iclosure = 6$.

En el módulo de densidad (idensity), se simulará la variación de la densidad del agua con la temperatura. La densidad del agua aumenta cuando la temperatura disminuye, con excepción entre $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ que presenta un comportamiento anómalo. Las capas de mayor densidad viajan hacia el fondo y las capas de menor densidad hacia arriba, dando como resultado una disminución de la flotabilidad generando mezcla e inestabilidad en la columna de agua. Desde $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ a temperatura mayores, la densidad del agua disminuye al aumentar la temperatura, incrementándose la flotabilidad y la estratificación se hace más estable [22].

En el módulo que controla la acción de la fuerza de coriolis (icoriolis), para activarlo necesita información de la ubicación del lago, longitud y latitud.

3.3. Modelos numericos

El objetivo de los modelos numéricos es de resolver la ecuaciones del comportamiento hidrodinámico y transporte de materia, mediante soluciones aproximadas usando como ayuda un computador. La solución general implica poder determinar y predecir la velocidad de las corrientes, salinidad, temperatura, densidad y concentraciones de sustancias químicas. En general predecir variables físicas, químicas y biológicas para cada instante de tiempo y en todo punto del espacio. La estructura de un modelo numérico es: información de entrada, el modelo, resolución numérica, solución y calibración tal como muestra el esquema de la figura 4. La selección de las ecuaciones y sus términos depende del proble-

mas a resolver. Hay que definir la propiedades a predecir, el tipo de flujo, las condiciones de frontera y el método a usar. Se tiene dos métodos: Lagrangeano y Euleriano. En el método lagrangeano se definen las trayectorias de las partículas como lugar geométrico de las diferentes posiciones temporales de las partículas. Identifica a cada partícula del fluido y lo sigue en el tiempo. Determina la posición de la partícula en función del tiempo además de conocer las magnitudes asociadas a cada partícula. En el método euleriano, se estudia la evolución temporal de una magnitud en un determinado punto del espacio. El conocimiento de la velocidad de todas las partículas en cada instante de tiempo, permite obtener la variación temporal de cualquier magnitud que se expresa como la suma de dos términos: uno de variación de la propiedad con el tiempo para una determinada posición (que se denomina variación local) y otro de variación de la propiedad desde un punto a otro en un determinado instante (que se denomina variación convectiva). ELCOM usa el método euleriano [23].

Las ecuaciones de conservación junto con las condiciones de contorno aplicadas a cada una de las partículas del fluido, dan un sistemas de ecuaciones diferenciales cuya solución lleva a definir el flujo en cuanto al campo de velocidades (cinemática) y al campo de fuerzas (dinámica)[24]. . Este tipo de análisis diferencial da lugar a sistemas de ecuaciones en derivadas parciales, que son difíciles de resolver. Pueden encontrarse soluciones analíticas con hipótesis restrictivas. Se pueden obtener soluciones aproximadas utilizando las técnicas de simulación numérica, en la que las derivadas se sustituyen por relaciones algebraicas en un número finito de puntos del flujo (malla) [25].

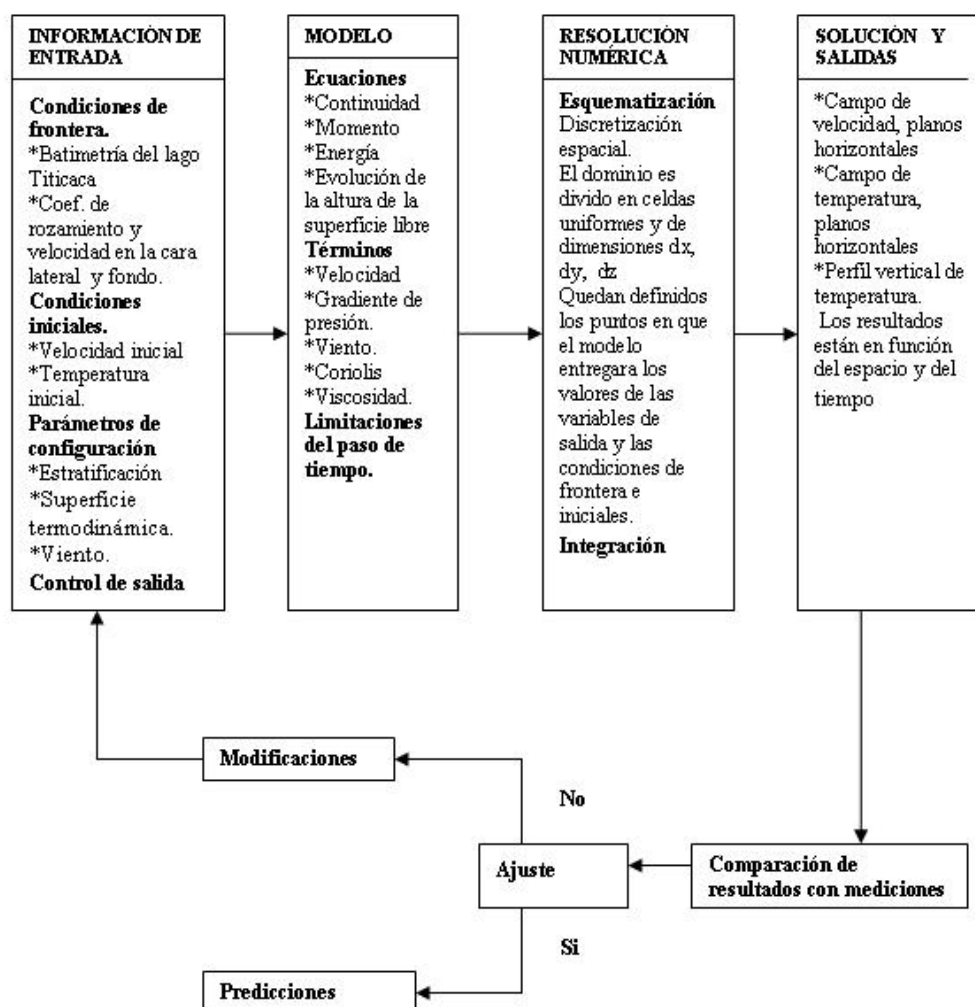


Figura 4: Operación con ELCOM

3.4. Verificación del modelo

Usé el ejemplo del lago redondo para verificar el modelo. Para realizar las simulaciones se consideró la siguiente información de entrada. En las condiciones de frontera, la figura 5 muestra la batimetría del lago redondo. La máxima profundidad es de 24 m. Rapidez cero en el fondo y caras laterales del lago. El coeficiente de fricción en el fondo constante y de 0,005 de magnitud. La velocidad del agua en la superficie libre uniforme y de 0,1 m/s de magnitud.

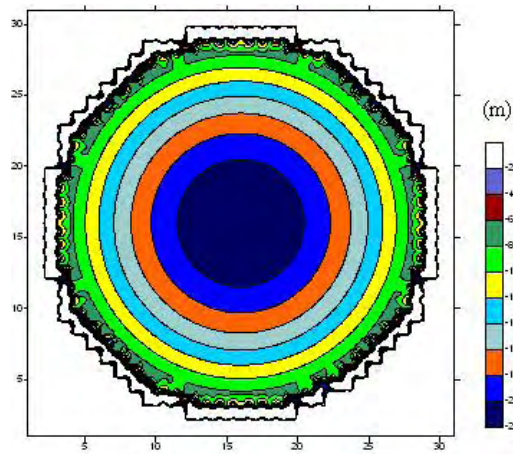


Figura 5: Batimetría del lago redondo

La figura 6 presenta los puntos donde se ubicó las condiciones iniciales de temperatura desde la superficie hasta una profundidad de 6 m, los valores se muestran en la tabla 1.

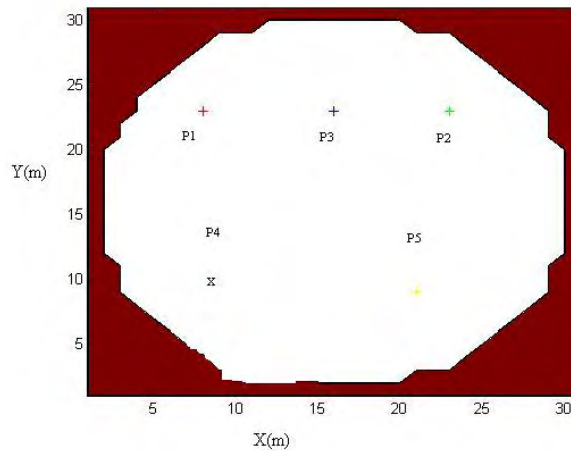


Figura 6: Posición de las condiciones iniciales de temperatura

Tabla 1: Condiciones iniciales de temperatura

| Posición | $P_1(8,23)\text{m}$ | $P_2(23,23)\text{ m}$ | $P_3(16,23)\text{m}$ | $P_4(10,9)\text{m}$ | $P_5(21,9)\text{m}$ |
|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $z(\text{m})$ | $T_1\text{ }^\circ\text{C}$ | $T_2\text{ }^\circ\text{C}$ | $T_3\text{ }^\circ\text{C}$ | $T_4\text{ }^\circ\text{C}$ | $T_5\text{ }^\circ\text{C}$ |
| 0.0 | 24.2 | 24.1 | 25.2 | 22.4 | 22.0 |
| 2.0 | 23.5 | 23.6 | 24.8 | 22.0 | 21.8 |
| 3.0 | 22.4 | 22.8 | 23.6 | 21.5 | 21.1 |
| 4.0 | 20.0 | 20.1 | 20.5 | 18.4 | 19.0 |
| 5.0 | 18.0 | 17.0 | 18.5 | 16.3 | 17.5 |
| 6.0 | 16.0 | 15.8 | 16.6 | 15.0 | 16.0 |

Rapidez inicial cero. Nivel inicial del agua 0,5 m. Temperatura inicial del agua en la superficie libre $20\text{ }^\circ\text{C}$. Coeficiente de extinción de onda corta $0,25\text{ m}^{-1}$. Velocidad uniforme del viento 10 m/s a una altura de 10 m sobre la superficie libre del lago.

Las simulaciones fueron realizadas considerando los siguientes parámetros de configuración: fluido estratificado, intercambio de calor en la superficie libre, fluido viscoso, turbulento, cambios de temperatura y densidad, esfuerzo del viento y condiciones meteorológicas.

En las tablas: 2, 3, 4, 5, 7 y 9 **dt** es el intervalo del paso de tiempo; **dx**, **dy** es el ancho y largo de una celda, **dz** es el espesor de una capa.

En todas las simulaciones el intervalo de tiempo en el video de salida fue de 1 h . Es decir a partir del inicio de la simulación el modelo entregará un resultado cada hora. El número total de pasos de tiempo denominado número de interacciones fue de 2000.

El sistema de coordenadas usado en todas las simulaciones es la que se orienta tal como indica la figura 7. El origen de coordenadas está en la esquina superior izquierda de la malla.

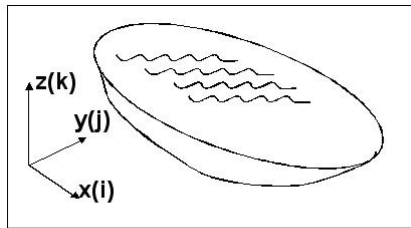


Figura 7: Sistema de coordenadas

Se procedió a definir el contorno del lago usando un perímetro aproximado con las

celdas de la malla, siendo necesario proporcionar los valores de profundidad dentro del contorno escogido. Las regiones fuera del lago se consideró como tierra y se le asignó un mismo valor (99). Las capas verticales deben llegar hasta la profundidad total. La figura 8 muestra la distribución de las celdas para el lago redondo.

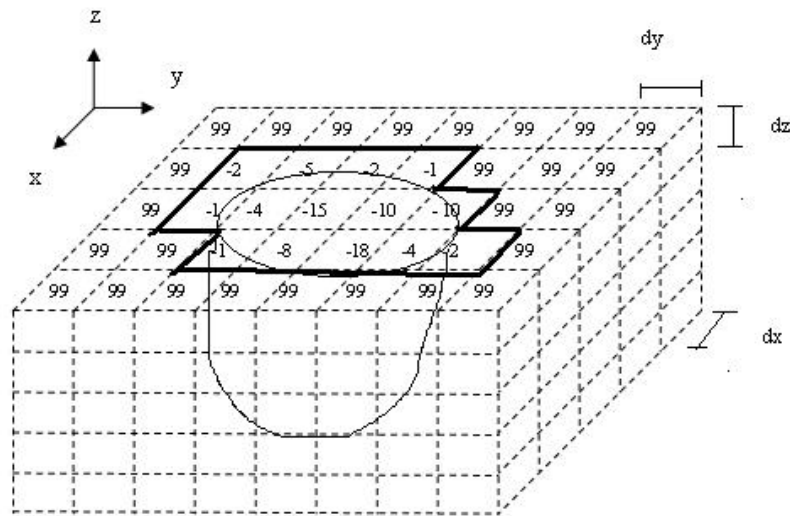


Figura 8: Distribución de celdas en la malla de batimetría del lago redondo.

3.4.1. Caso 1. Cambio en el paso del tiempo

El paso de tiempo es el número de segundos que la simulación avanza en cada paso de la simulación. La tabla 2 presenta los cambios realizados en el paso de tiempo \mathbf{dt} . La figura 42 del apéndice muestra los resultados de estas pruebas. Se observó en los cuadros **b**, **c** y **d** el mismo patrón de circulación, excepto en el cuadro **a** que corresponde al intervalo de 300 s. Igual distribución tiene la velocidad.

Tabla 2: Cambio en el paso de tiempo

| Simulación | I | II | III | IV |
|------------|----------|-----------|------------|-----------|
| dt(s) | 300 | 240 | 180 | 120 |
| dx(m) | 400 | 400 | 400 | 400 |
| dy(m) | 400 | 400 | 400 | 400 |
| capa | dz(m) | dz(m) | dz(m) | dz(m) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 12 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 13 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 14 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 16 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 17 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 18 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 19 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 20 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 21 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 22 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 23 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 24 | 1 | 1 | 1 | 1 |

3.4.2. Caso 2. Cambio en el tamaño de celda de la malla

Manteniendo el paso de tiempo en 120 s, se modificó el tamaño de la celda. En la tabla 3 se presenta los cambios realizados. La figura 43 del apéndice, muestra los resultados. Se observó que en los cuadros **a** y **b** presentan patrones de circulación similares. Igual estructura se observó en los cuadros **c** y **d**. En los cuadros **a**, **b**, **c** y **d**, el tamaño de la figura cambia de mayor a menor, respectivamente.

Tabla 3: Cambio en el tamaño de celda

| Simulación | I | II | III | IV |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| dt(s) | 120 | 120 | 120 | 120 |
| dx(m) | 500 | 400 | 300 | 200 |
| dy(m) | 500 | 400 | 300 | 200 |
| capa | dz(m) | dz(m) | dz(m) | dz(m) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 12 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 13 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 14 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 16 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 17 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 18 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 19 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 20 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 21 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 22 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 23 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 24 | 1 | 1 | 1 | 1 |

3.4.3. Caso 3. Cambio en el espesor de las capas

Con el paso de tiempo en 120 s, se cambió el espesor dz de las capas verticales de la malla. Los valores se presentan en la tabla 4. En la figura 44 en el apéndice se muestra los resultados. Se observó que los 4 casos tienen un patrón de circulación diferente. En el cuadro **a** se consideró 24 capas del mismo espesor 1 m. Este mostró un patrón de circulación diferente a los otros 3, que tiene espesores variables.

Tabla 4: Cambio en el espesor de una capa

| Simulación | I | II | III | IV |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| dt(m) | 120 | 120 | 120 | 120 |
| dx(m) | 400 | 400 | 400 | 400 |
| dy(m) | 400 | 400 | 400 | 400 |
| capa | dz(m) | dz(m) | dz(m) | dz(m) |
| 1 | 1 | 0.5 | 1 | 0.4 |
| 2 | 1 | 0.5 | 1 | 0.4 |
| 3 | 1 | 0.5 | 1 | 0.4 |
| 4 | 1 | 0.5 | 1 | 0.4 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 0.5 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 0.5 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 0.8 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 0.8 |
| 9 | 1 | 1.5 | 1.5 | 1 |
| 10 | 1 | 1.5 | 1.5 | 1 |
| 11 | 1 | 1.5 | 1.5 | 1.2 |
| 12 | 1 | 1.5 | 1.5 | 1.2 |
| 13 | 1 | 2 | 1.5 | 1.4 |
| 14 | 1 | 2 | 1.5 | 1.4 |
| 15 | 1 | 2 | 1.5 | 1.5 |
| 16 | 1 | 2 | 1.5 | 1.5 |
| 17 | 1 | 2.5 | 2 | 2 |
| 18 | 1 | 2.5 | 2 | 2 |
| 19 | 1 | 2.5 | 2 | 2.5 |
| 20 | 1 | 2.5 | 2 | 2.5 |
| 21 | 1 | 3 | 2.5 | 2.6 |
| 22 | 1 | 3 | 2.5 | 2.6 |
| 23 | 1 | 3 | 2.5 | 2.7 |
| 24 | 1 | 3 | 2.5 | 2.7 |

3.4.4. Caso 4. Cambio en la batimetría

Manteniendo el paso de tiempo en 120 s, se modificó la batimetría del lago. La tabla 5 muestra los cambios. La figura 45 del apéndice, se presenta los resultados. Se observó en los cuadros **a** y **b** dos patrones de circulación diferentes. En los cuadros **c** y **d** los patrones muestran mayor diferencia. En los cuadros **b**, **c** y **d** pesentaron una región cerca a la bahía donde se incrementa la velocidad de las partículas.

Tabla 5: Cambio en la batimetría

| Simulación | I | II | III | III |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| dt(s) | 300 | 120 | 300 | 120 |
| dx(m) | 400 | 400 | 300 | 400 |
| dy(m) | 400 | 400 | 300 | 400 |
| capa | dz(m) | dz(m) | dz(m) | dz(m) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0.4 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 0.4 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 0.4 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 0.4 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 0.5 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 0.5 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 0.8 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 0.8 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1.2 |
| 12 | 1 | 1 | 1 | 1.2 |
| 13 | 1 | 1 | 1 | 1.4 |
| 14 | 1 | 1 | 1 | 1.4 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1.5 |
| 16 | 1 | 1 | 1 | 1.5 |
| 17 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 18 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 19 | 1 | 1 | 1 | 2.5 |
| 20 | 1 | 1 | 1 | 2.5 |
| 21 | 1 | 1 | 1 | 2.6 |
| 22 | 1 | 1 | 1 | 2.6 |
| 23 | 1 | 1 | 1 | 2.7 |
| 24 | 1 | 1 | 1 | 2.7 |

3.4.5. Caso 5. Cambio en las condiciones iniciales de temperatura

Con el paso de tiempo en 120 s, se modificó las condiciones iniciales de la temperatura, como se presenta en las tablas 6, 7 y 8. La figura 46 del apéndice, muestra los contornos de la temperatura inicial. La temperatura en el cuadro **a** tiene mayor valor que en el cuadro **b**. En los cuadros **c** y **d** se observó como afecta este cambio al patrón de circulación.

Tabla 6: Condiciones iniciales de temperatura 1

| Posición | $P_1(8,23)\text{m}$ | $P_2(23,23)\text{ m}$ | $P_3(16,23)\text{m}$ | $P_4(10,9)\text{m}$ | $P_5(21,9)\text{m}$ |
|---------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| $z(\text{m})$ | $T_1\text{ }^{\circ}\text{C}$ | $T_2\text{ }^{\circ}\text{C}$ | $T_3\text{ }^{\circ}\text{C}$ | $T_4\text{ }^{\circ}\text{C}$ | $T_5\text{ }^{\circ}\text{C}$ |
| 0.0 | 24.2 | 24.1 | 25.2 | 22.4 | 22.0 |
| 2.0 | 23.5 | 23.6 | 24.8 | 22.0 | 21.8 |
| 3.0 | 22.4 | 22.8 | 23.6 | 21.5 | 21.1 |
| 4.0 | 20.0 | 20.1 | 20.5 | 18.4 | 19.0 |
| 5.0 | 18.0 | 17.0 | 18.5 | 16.3 | 17.5 |
| 6.0 | 16.0 | 15.8 | 16.6 | 15.0 | 16.0 |

Tabla 7: Condiciones iniciales de temperatura 2

| Posición | $P_1(8,23)\text{m}$ | $P_2(23,23)\text{ m}$ | $P_3(16,23)\text{m}$ | $P_4(10,9)\text{m}$ | $P_5(21,9)\text{m}$ |
|---------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| $z(\text{m})$ | $T_1\text{ }^{\circ}\text{C}$ | $T_2\text{ }^{\circ}\text{C}$ | $T_3\text{ }^{\circ}\text{C}$ | $T_4\text{ }^{\circ}\text{C}$ | $T_5\text{ }^{\circ}\text{C}$ |
| 0.0 | 24.2 | 24.1 | 25.2 | 18.0 | 19.8 |
| 2.0 | 23.5 | 23.6 | 24.8 | 17.6 | 18.5 |
| 3.0 | 22.4 | 22.8 | 23.6 | 17.0 | 17.3 |
| 4.0 | 20.0 | 20.1 | 20.5 | 15.4 | 14.5 |
| 5.0 | 18.0 | 17.0 | 18.5 | 14.3 | 13.1 |
| 6.0 | 16.0 | 15.8 | 16.6 | 13.0 | 12.0 |

Tabla 8: Cambio en las condiciones iniciales de temperatura

| Simulación | I | II |
|------------|----------|-----------|
| dt(s) | 120 | 120 |
| dx(m) | 400 | 400 |
| dy(m) | 400 | 400 |
| capa | dz(m) | dz(m) |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 |
| 7 | 1 | 1 |
| 8 | 1 | 1 |
| 9 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 |
| 12 | 1 | 1 |
| 13 | 1 | 1 |
| 14 | 1 | 1 |
| 15 | 1 | 1 |
| 16 | 1 | 1 |
| 17 | 1 | 1 |
| 18 | 1 | 1 |
| 19 | 1 | 1 |
| 20 | 1 | 1 |
| 21 | 1 | 1 |
| 22 | 1 | 1 |
| 23 | 1 | 1 |
| 24 | 1 | 1 |

3.4.6. Caso 6. Secciones horizontales de temperatura

Con el paso de tiempo en 120 s y los valores de la tabla 9, se obtiene la sección horizontal de la temperatura promedio, en el fondo y en la superficie. En la figura 47 del apéndice se observó la diferencia notable de la temperatura en cada cuadro.

Tabla 9: Secciones horizontales de temperatura

| Simulación | I |
|------------|-------|
| dt(s) | 120 |
| dx(m) | 400 |
| dy(m) | 400 |
| capa | dz(m) |
| 1 | 1 |
| 2 | 1 |
| 3 | 1 |
| 4 | 1 |
| 5 | 1 |
| 6 | 1 |
| 7 | 1 |
| 8 | 1 |
| 9 | 1 |
| 10 | 1 |
| 11 | 1 |
| 12 | 1 |
| 13 | 1 |
| 14 | 1 |
| 15 | 1 |
| 16 | 1 |
| 17 | 1 |
| 18 | 1 |
| 19 | 1 |
| 20 | 1 |
| 21 | 1 |
| 22 | 1 |
| 23 | 1 |
| 24 | 1 |

3.5. Forzamiento del lago

El forzamiento externo que experimenta el lago es debido al esfuerzo del viento, temperatura del aire, humedad relativa, radiación solar, presión atmosférica, lluvia y ríos que desembocan y salen del lago. El forzamiento interno es debido a la temperatura del agua que cambia la densidad y produce una variación en la presión, la fricción interna entre capas vecinas expresado en los coeficientes de viscosidad y la fuerza de Coriolis. De los forzamientos externos, el más importante es el viento.

3.5.1. El viento

Cuando el viento sopla sobre la superficie del agua produce un esfuerzo tangencial. La superficie se riza y se desplaza en respuesta al esfuerzo. El viento lleva energía mecánica que se transmite de la capa superficial a la capa inferior por efecto de la viscosidad del agua, dos capas consecutivas tienen diferente velocidad. Los rizados producidos por el viento generan un incremento de la turbulencia del aire que aumenta el intercambio de energía entre los dos fluidos. Los rizados iniciales forman pequeñas olas y con el tiempo se alargan hasta convertirse en olas de gravedad. La intensidad del oleaje en un punto de la superficie es determinado por tres factores: a) la intensidad del viento, b) el tiempo que actúa y c) el área de la superficie agua sobre el que interactúa. Si el cuerpo de agua es de poca profundidad, las corrientes producidas por el viento se orientan en la dirección del viento. La intensidad de la corriente debido al viento disminuye con la profundidad.

Los datos meteorológicos se obtuvieron de las estaciones meteorológicas cercanas al lago Titicaca. En la figura 9 se muestra la variación de estos parámetros.

3.5.2. La temperatura

El balance entre el calor que entra y sale a través de la superficie, causa variaciones en la energía almacenada en el lago. El flujo de calor cambia la densidad de la capa superficial de agua y por lo tanto la flotabilidad. Los términos principales del balance de calor en la superficie son: Q_1 , flujo de energía solar que entra. Q_2 , suma entre el flujo de radiación de onda larga que entra y sale. Q_3 , flujo de calor que entra o sale debido a la transferencia de calor por convección a través de la capa límite turbulenta y Q_4 , flujo de calor latente que sale, debido a la evaporación. Q es la energía térmica almacenada, dado por: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$, por lo tanto el cambio de temperatura del agua será: $T_1 - T_2 = Q/mCe$, donde m , es la masa, Ce es el calor específico del agua. Todos los flujos de calor procedentes de la atmósfera son inmediatamente absorbidos por el agua en la capa superficial excepto la radiación de onda corta que puede penetrar apreciables profundidades. La radiación de onda corta proveniente del sol, se descompone según la

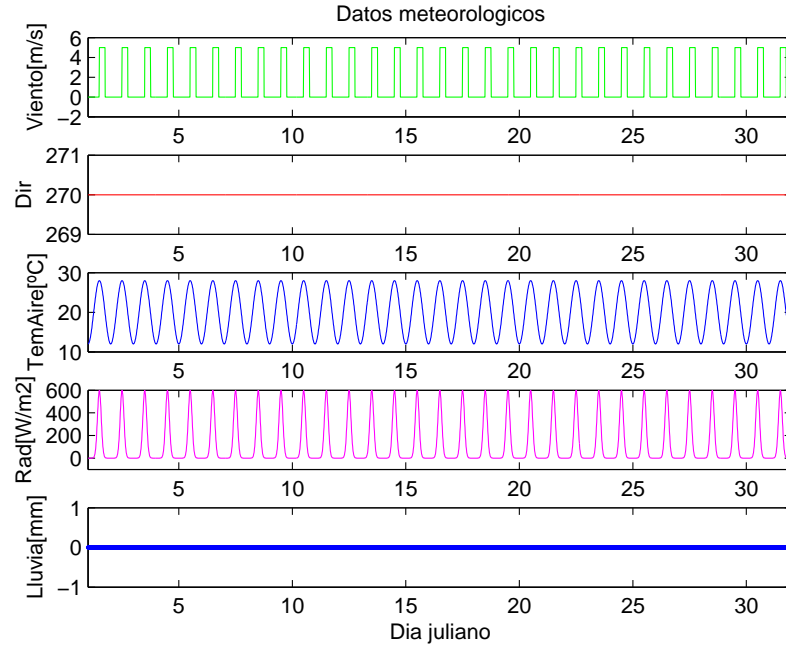


Figura 9: Datos meteorológicos

longitud de onda (λ) en: a) ultravioleta UVA y UVB ($100 < \lambda < 400$ nm) representa el 14 %, b) radiación fotosintéticamente activa PAR ($400 < \lambda < 700$ nm) 45 % y c) Infrarojo NIR ($700 < \lambda < 3000$ nm), 41 %. Las moléculas de agua y los materiales externos en suspensión atenúan gradualmente el flujo de radiación penetrante en el agua por dispersión y absorción. La radiación solar es atenuado de manera diferente de acuerdo a la longitud de onda, de modo que el espectro de energía es modificado respecto al original. El espectro de absorción del agua pura muestra una completa absorción de todas las longitudes de onda mayores que 1200 nm en una capa superficial de 5 cm de espesor. Casi toda la radiación que no es visible es absorbida en el primer metro de agua superficial. Solo la luz visible puede penetrar grandes profundidades.

Si el viento que sopla sobre la superficie libre del agua es frío y seco, la evaporación y pérdida de calor del agua serán intensas, lo que producirán variaciones de temperatura en las capas superficiales aumentando la densidad de la capa que se hundirá generando un movimiento convectivo.

La temperatura del agua considerado para la simulación se obtuvo de los datos presentados en el texto Lake Titicaca a Synthesis of Limnological Knowledge [6]. Los puntos

seleccionados para ubicar las condiciones iniciales, se presenta en la figura 10. La imagen satelital del lago sirvió como referencia para definir la temperatura en la superficie del lago.

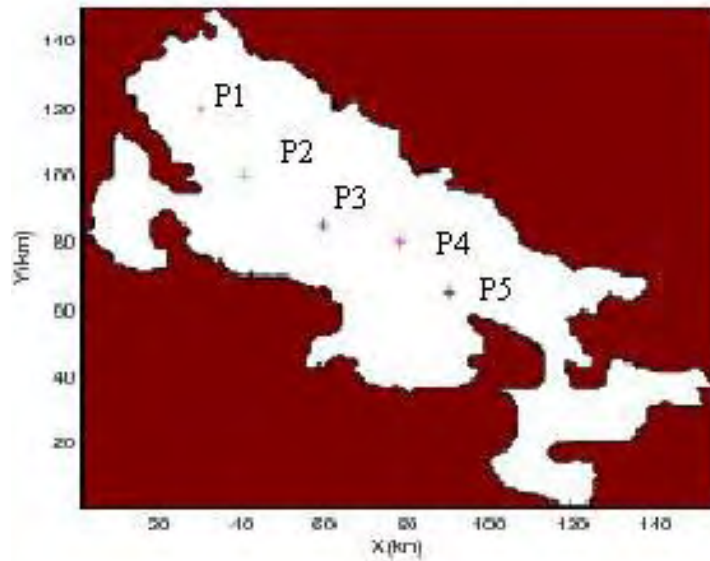


Figura 10: Posición de las condiciones iniciales

3.6. Características de la simulación del lago

Las características de la simulación se presentan en la tabla 10. El número de interacciones fue de 1200. En el datablock se definió, el tiempo de una hora en la salida del video y la posición de los puntos donde se obtendrán los resultados de la temperatura que la simulación entregará.

Los módulos de simulación fueron preparados considerando el fluido, incompresible, barotrópico, viscoso, rotacional y estratificado por temperatura.

El sistema estará sometido al esfuerzo del viento, fricción en el fondo, la radiación solar, la temperatura del agua y la fuerza de Coriolis.

La posición de las condiciones iniciales de temperatura en la superficie libre de agua en puntos seleccionados se presenta en la figura 10. No se consideró la entrada y salida de ríos así como las islas.

El modelo entrega como resultado las componentes de la velocidad (u y v) en el plano horizontal y la temperatura del agua en el plano horizontal y vertical.

3.6.1. Caso C1

La condición inicial de la temperatura en los puntos de control P1, P2, P3, P4 y P5 se consideraron todos de igual valor y misma profundidad, como se muestra la figura 11. No se consideró los afluentes, el desagadero, la lluvia y la fuerza de Coriolis. La fecha de simulación corresponde a los cinco primeros días del mes de enero del año 2005.

3.6.2. Caso C2

La condición inicial de la temperatura en los puntos de control, se consideró, mayor en tres puntos al sur del lago en las posiciones $x = 60, 78$ y 90 km y menor temperatura en los puntos al norte del lago, en las posiciones $x = 30$ y 40 km. El contorno de temperatura se presenta en la figura 12. No se consideró los afluentes, el desagadero, la lluvia, y la fuerza de Coriolis. La fecha de simulación corresponde a los cinco primeros días del mes de enero del año 2005.

3.6.3. Caso C3

Las características de la simulación son iguales al del caso C1, con la diferencia que se consideró el efecto de la fuerza de Coriolis.

3.6.4. Caso C4

Las características de la simulación son iguales al del caso C2, con la diferencia que se consideró el efecto de la fuerza de Coriolis.

Tabla 10: Características de las simulaciones

| Simulación | C1 | C2 | C3 | C4 |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| dt(s) | 300 | 300 | 300 | 300 |
| dx(m) | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 |
| dy(m) | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 |
| capa | dz(m) | dz(m) | dz(m) | dz(m) |
| 1 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 2 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 3 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 4 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 5 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 6 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 7 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 8 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 9 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 10 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 11 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 12 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 13 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 14 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 15 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 16 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 17 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 18 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 19 | 10.0 | 10.0 | 10.0 | 10.0 |
| 20 | 20.0 | 20.0 | 20.0 | 20.0 |
| 21 | 20.0 | 20.0 | 20.0 | 20.0 |
| 22 | 20.0 | 20.0 | 20.0 | 20.0 |
| 23 | 20.0 | 20.0 | 20.0 | 20.0 |
| 24 | 20.0 | 20.0 | 20.0 | 20.0 |

Tabla 11: Condiciones iniciales de temperatura C1 - C3

| Posición | $P_1(30,120)^{\circ}C$ | $P_2(40,100)^{\circ}C$ | $P_3(60,85)^{\circ}C$ | $P_4(78,80)^{\circ}C$ | $P_5(90,65)^{\circ}C$ |
|----------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| z(m) | $T_1^{\circ}C$ | $T_2^{\circ}C$ | $T_3^{\circ}C$ | $T_4^{\circ}C$ | $T_5^{\circ}C$ |
| 0.0 | 15.8 | 15.8 | 15.8 | 15.8 | 15.8 |
| 20.0 | 15.0 | 15.0 | 15.0 | 15.0 | 15.0 |
| 30.0 | 14.8 | 14.8 | 14.8 | 14.8 | 14.8 |
| 40.0 | 14.2 | 14.2 | 14.2 | 14.2 | 14.2 |
| 50.0 | 13.4 | 13.4 | 13.4 | 13.4 | 13.4 |
| 60.0 | 12.2 | 12.2 | 12.2 | 12.2 | 12.2 |
| 80.0 | 12.0 | 12.0 | 12.0 | 12.0 | 12.0 |
| 120.0 | 11.6 | 11.6 | 11.6 | 11.6 | 11.6 |
| 160.0 | 11.2 | 11.2 | 11.2 | 11.2 | 11.2 |
| 280.0 | 11.0 | 11.0 | 11.0 | 11.0 | 11.0 |

Tabla 12: Condiciones iniciales de temperatura C2 - C4

| Posición | $P_1(30,120)^{\circ}C$ | $P_2(40,100)^{\circ}C$ | $P_3(60,85)^{\circ}C$ | $P_4(78,80)^{\circ}C$ | $P_5(90,65)^{\circ}C$ |
|----------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| z(m) | $T_1^{\circ}C$ | $T_2^{\circ}C$ | $T_3^{\circ}C$ | $T_4^{\circ}C$ | $T_5^{\circ}C$ |
| 0.0 | 5.8 | 5.8 | 15.8 | 15.8 | 15.8 |
| 20.0 | 4.8 | 4.8 | 15.0 | 15.0 | 15.0 |
| 30.0 | 4.2 | 4.2 | 14.8 | 14.8 | 14.8 |
| 40.0 | 4.0 | 4.0 | 14.2 | 14.2 | 14.2 |
| 50.0 | 3.8 | 3.8 | 13.4 | 13.4 | 13.4 |
| 60.0 | 3.6 | 3.6 | 12.2 | 12.2 | 12.2 |
| 80.0 | 2.5 | 2.5 | 12.0 | 12.0 | 12.0 |
| 120.0 | 2.0 | 2.0 | 11.6 | 11.6 | 11.6 |
| 160.0 | 1.8 | 1.8 | 11.2 | 11.2 | 11.2 |
| 280.0 | 1.5 | 1.5 | 11.0 | 11.0 | 11.0 |

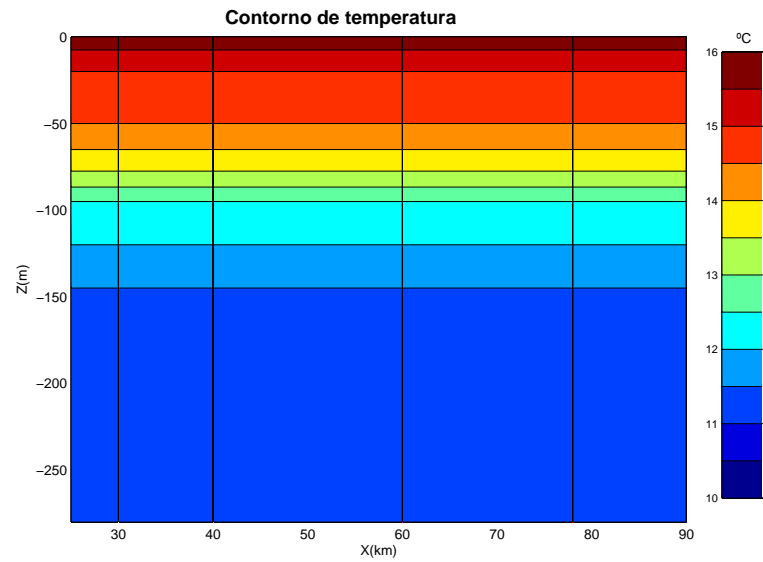


Figura 11: Contorno de temperatura, caso C1-C3. Condición inicial

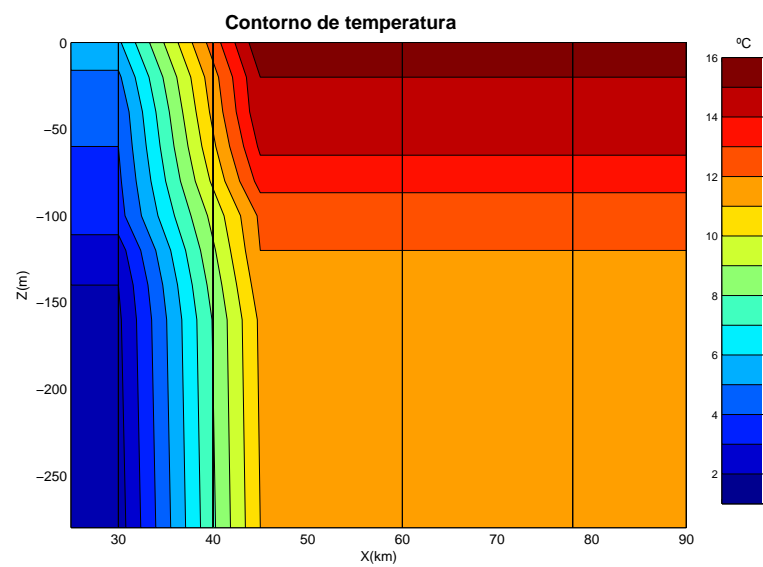


Figura 12: Contorno de temperatura, caso C2-C4. Condición inicial

4. Materiales

4.1. Batimetría del lago

La batimetría del lago Titicaca se logró a partir de la carta No 650 de sondeos en metros referido al promedio de 41 años de observaciones. Fue realizado por la Dirección de Hidrografía y Navegación de la Marina de Guerra del Perú (DHV) y el Servicio de Hidrografía y Navegación Boliviana (SHNB), en los años de 1976 a 1977. El mapa tiene información de la profundidad en coordenadas de longitud y latitud con una escala de 1:250 000.

El proceso de digitalización se inició escaneando y georeferenciando el mapa. Se procedió a transportar el gráfico a formato dwg del programa autocad. Mediante una herramienta de autocad se dibujaron los puntos que corresponden a la profundidad y a la línea de costa. La información recuperada tiene datos de profundidad en metros, las coordenadas respectivas y las coordenadas de la línea de costa en utm. Con la información en formato electrónico, se usó un script del programa matlab para obtener una matriz de la malla. Este constituye el archivo principal para iniciar las simulaciones de ELCOM. Se generaron mallas cuyas celdas tenían diferentes tamaños $dx = dy = 400$ m, 600 m, 800 m y 1000 m [26]. Para las simulaciones se seleccionó la malla con celdas de dimensiones $dx = dy = 1000$ m que forma una matriz de 150 filas por 155 columnas.

El mapa original del lago presenta regiones como la bahía de Puno que no tiene valores de profundidad por estar colmado de totoras. En el proceso de recuperación de datos de profundidad se tuvo que completar esta información con valores extrapolados. En el proceso de georeferenciación del mapa recibí el apoyo del personal del departamento de Geología del CICISE. El resultado se presenta en la figura 13.

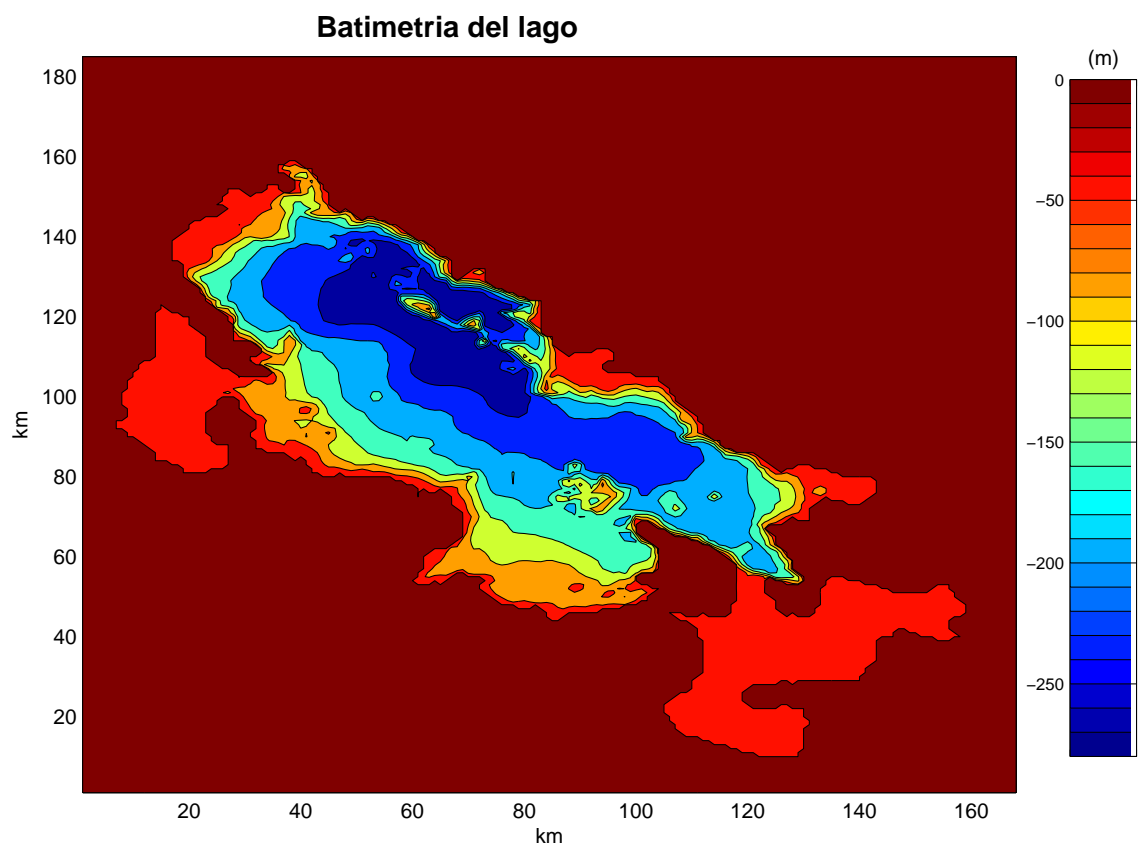


Figura 13: Batimetría del lago Titicaca

5. Resultados

Los resultados obtenidos después de una simulación con ELCOM, fueron el campo de velocidades y la distribución de la temperatura. Esta información es presentada en dos formas: secciones horizontales y verticales. Todos los resultados presentaron variaciones en el espacio y tiempo.

El campo de velocidades tiene una distribución espacial en el plano horizontal (x, y). Resuelve en una posición determinada la magnitud y dirección de la velocidad. Las secciones horizontales fueron para la capa superficial, del fondo y promedio vertical. Este valor, es un promedio de la velocidad desde la celda en la superficie hasta la celda correspondiente en el fondo.

Los resultados de temperatura en la sección vertical (x, z) fueron obtenidos para las posiciones de las condiciones iniciales, definidas previamente antes de empezar una simulación.

Los resultados de temperatura en la sección horizontal (x, y), presenta una distribución espacial de la temperatura en tres capas, en la superficie, el fondo y un valor promedio.

Los resultados presentados han sido seleccionados teniendo en cuenta el objetivo del trabajo. La variabilidad espacial y temporal del campo de velocidades y temperaturas del sistema, nos permitirá observar el comportamiento del lago en un periodo de 24 horas.

5.1. Localización de la información

5.1.1. Caso C1

En las figuras del 14 al 19, se presenta la distribución espacial del campo de velocidades y la estructura térmica del lago en secciones horizontales. Se seleccionó la información de las 0, 6, 12 y 18 h del día dos de enero del 2005. El viento se desplazó con una rapidez de 3 m/s y con dirección constante de oeste a este. Las condiciones iniciales y del flujo son definidas en la subsección características de la simulación.

En la figura 14, la velocidad promedio vertical máxima fue de 0,012 m/s en regiones de hasta 40 m de profundidad. El valor mínimo de 0,001 m/s, en la región cercana a la Isla de Soto. La dirección de la velocidad en el lago Grande es hacia el norte del eje principal, isla de Soto.

En la figura 15, la velocidad en el fondo fue máxima de 0,02 m/s en regiones hasta 40 m de profundidad. El valor mínimo de 0,01 m/s en el lago Grande. Se observó una corriente que se dirige hacia el norte del eje principal y otra hacia el sur estrecho de Tiquina. El efecto del viento y la radiación solar es notable en los cuadros de las 6 y 12 h en las zonas de baja profundidad.

En la figura 16, la velocidad en la superficie del lago Grande estuvo influenciada directamente por la velocidad del viento. En la región profunda de 200 a 284 m la dirección es de oeste a este y valor máximo de 0,1 m/s a las 6h y 12h con intensidad del viento de 3 y 1,5 m/s respectivamente. En regiones de 0 a 40 m de profundidad, la velocidad mínima fue de 0,01 m/s con dirección variable.

En la figura 17, la estructura térmica promedio a las 0 h fue máxima de 15 °C en regiones hasta 40 m de profundidad. En la región profunda de 200 a 284 m la temperatura fue mínima de 12 °C. No se observó mayor diferencia en la distribución de la temperatura a las 6, 12 y 18 h.

En la figura 18, la temperatura en el fondo a las 0 h es máxima de 16 °C en regiones de 0 a 40 m de profundidad. La temperatura fue mínima de 12 °C, en regiones de 150 a 284 m. En los cuadros de las 6, 12 y 18 h se observó el mismo comportamiento térmico.

En la figura 19, la temperatura máxima en la superficie a las 0 h fue de 17 °C en el lago Grande en toda su extensión. A las 6 h, en la región de 50 a 100 m la temperatura disminuye a 16 °C con viento máximo de 3 m/s de oeste a este. En el cuadro de la 12 h, cuando la radiación solar es máxima de 600 w/m^2 la temperatura máxima en el lago Grande disminuye a 15 °C. En el cuadro de las 18 h la temperatura se incrementó a 17 °C en regiones de 200 a 284 m paralela al eje principal del lago.

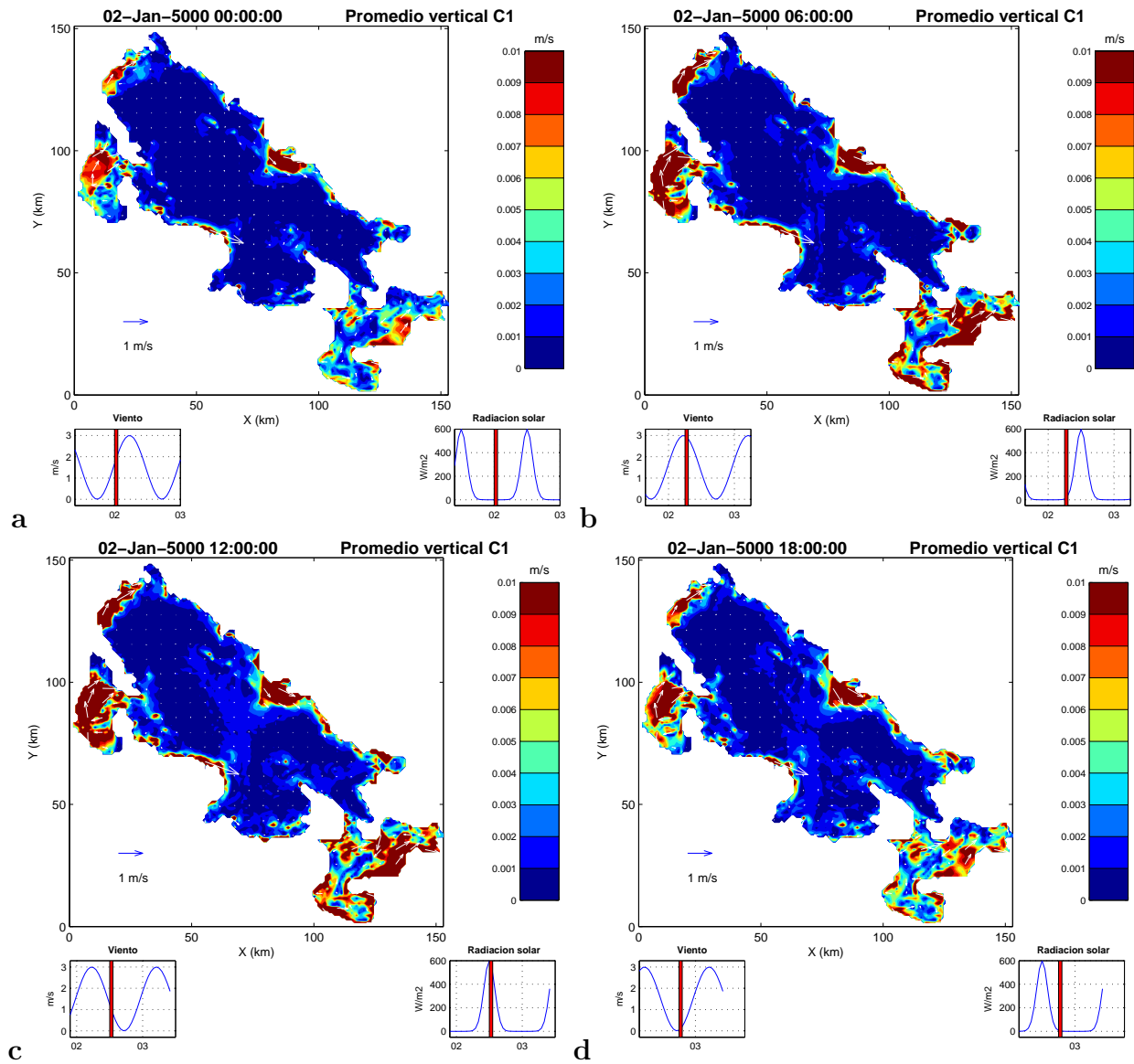


Figura 14: Caso C1. Velocidad promedio vertical.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

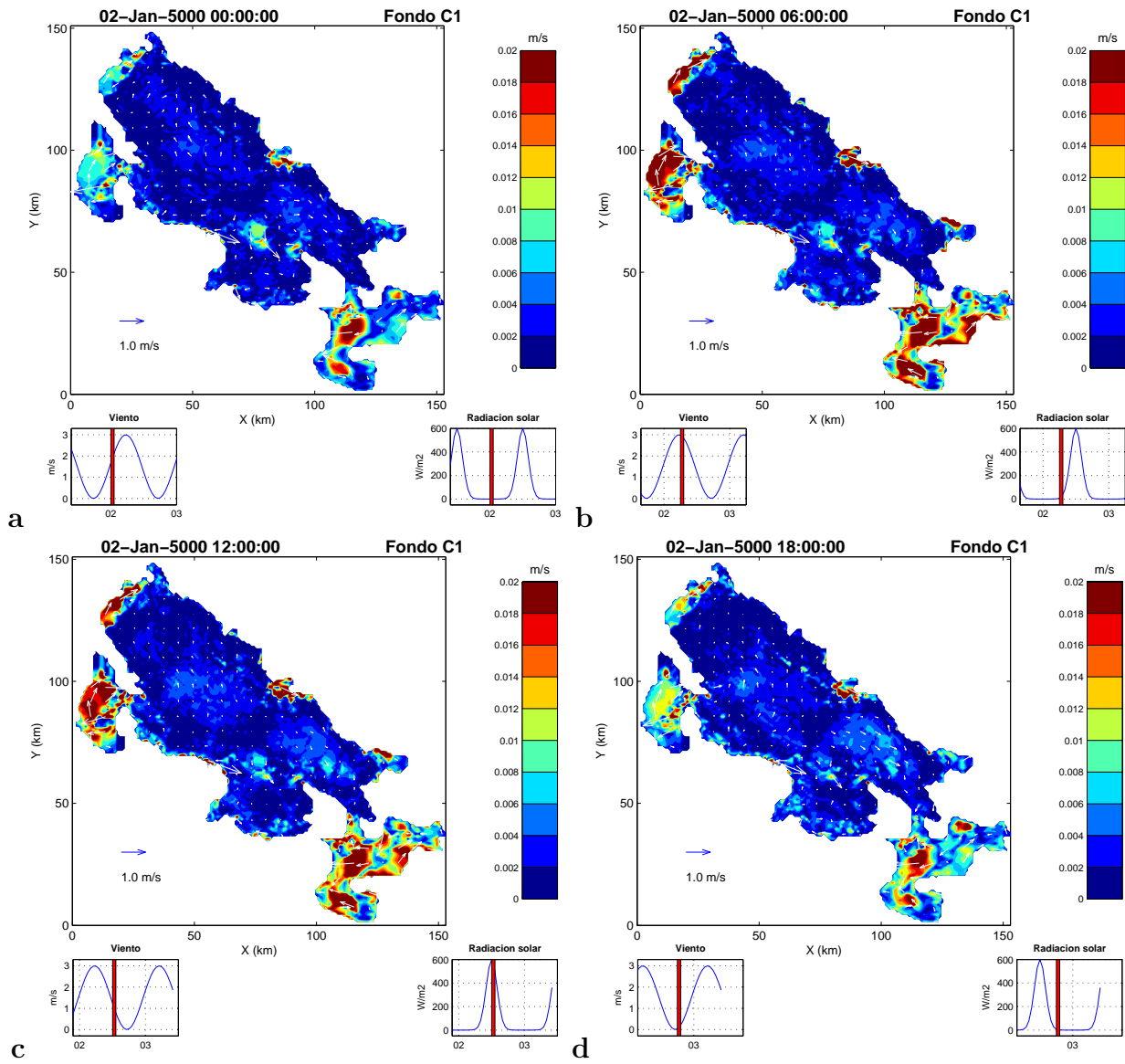


Figura 15: Caso C1. Velocidad en el fondo.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

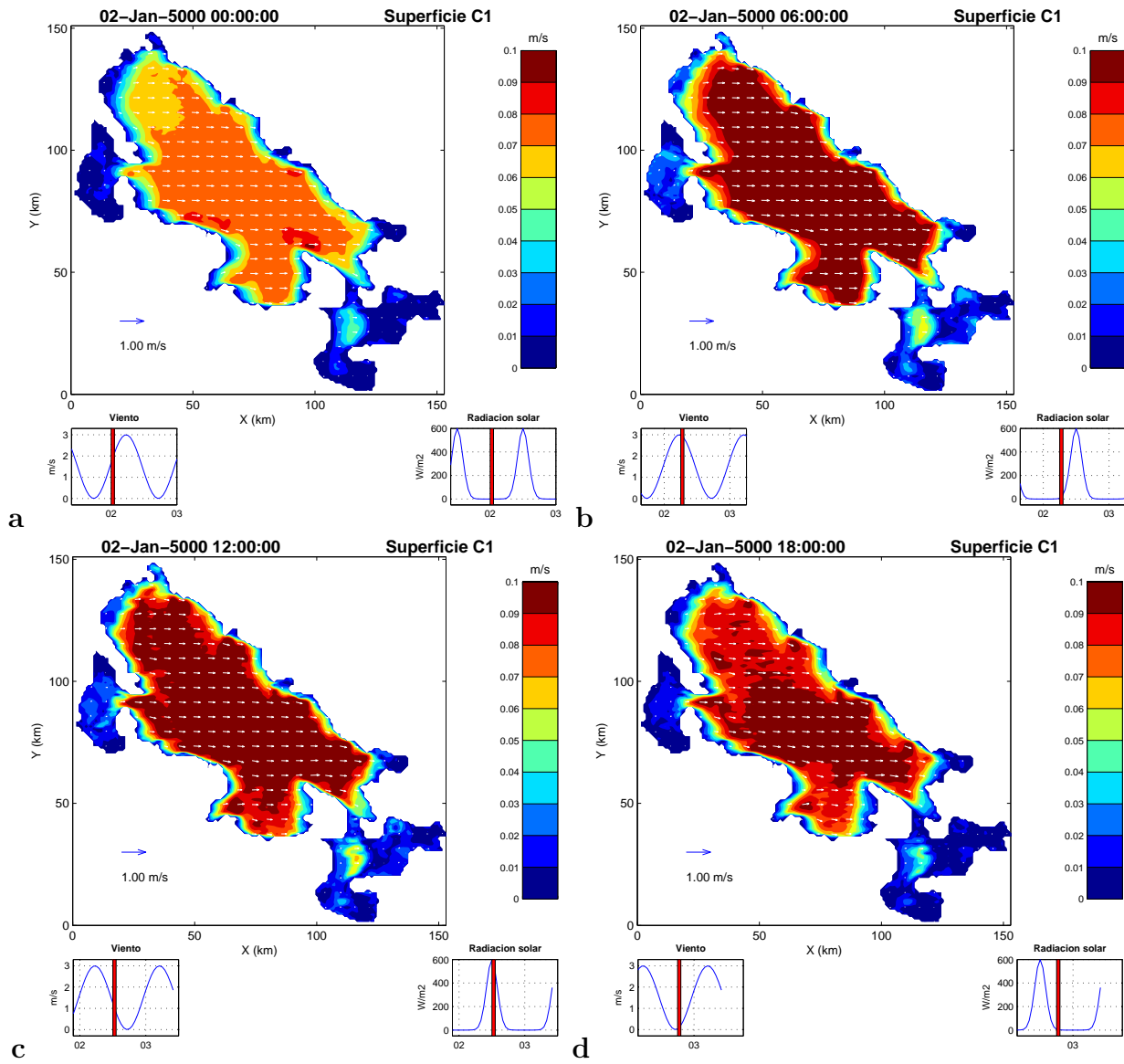


Figura 16: Caso C1. Velocidad en la superficie.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

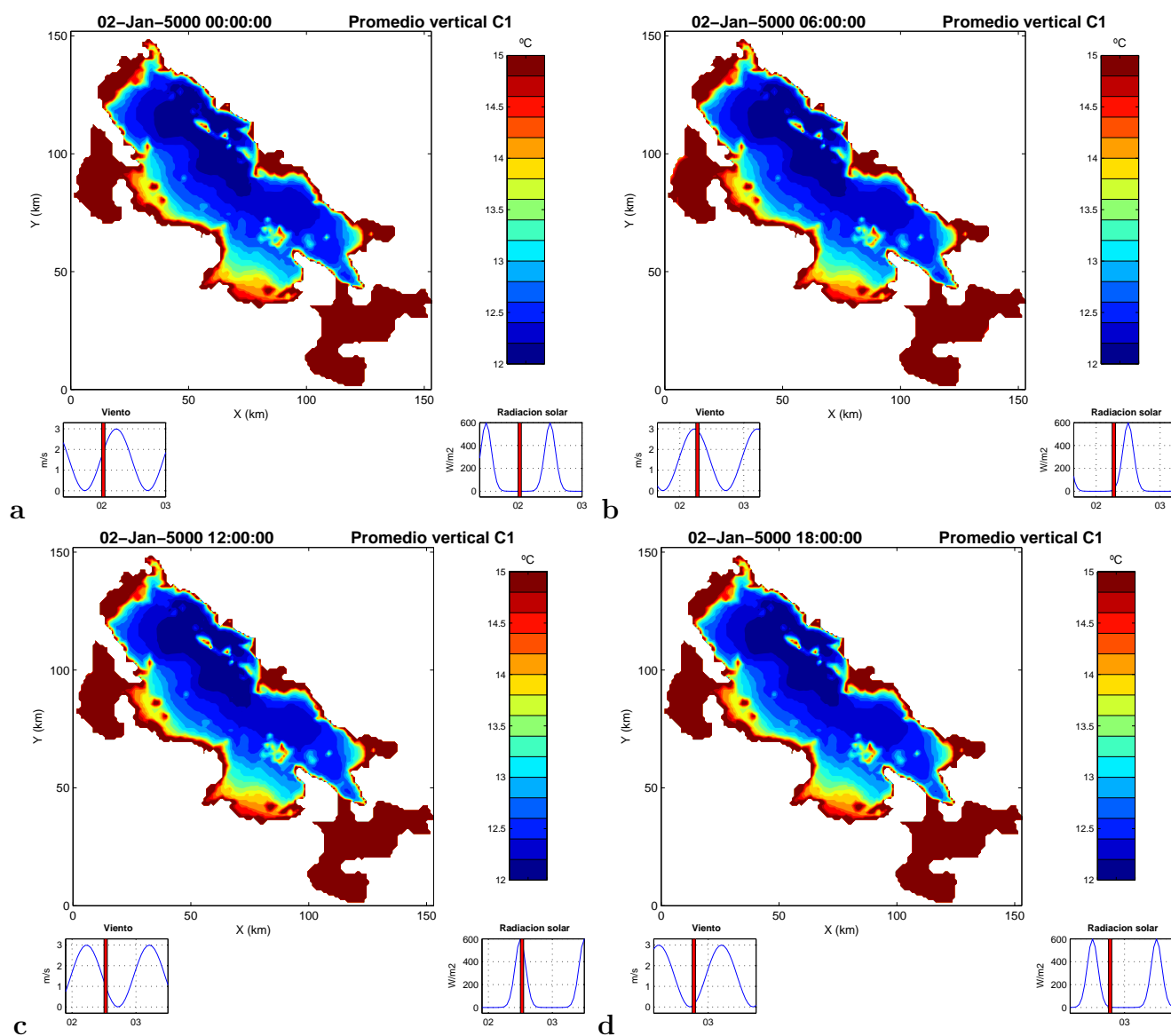


Figura 17: Caso C1. Temperatura promedio vertical.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

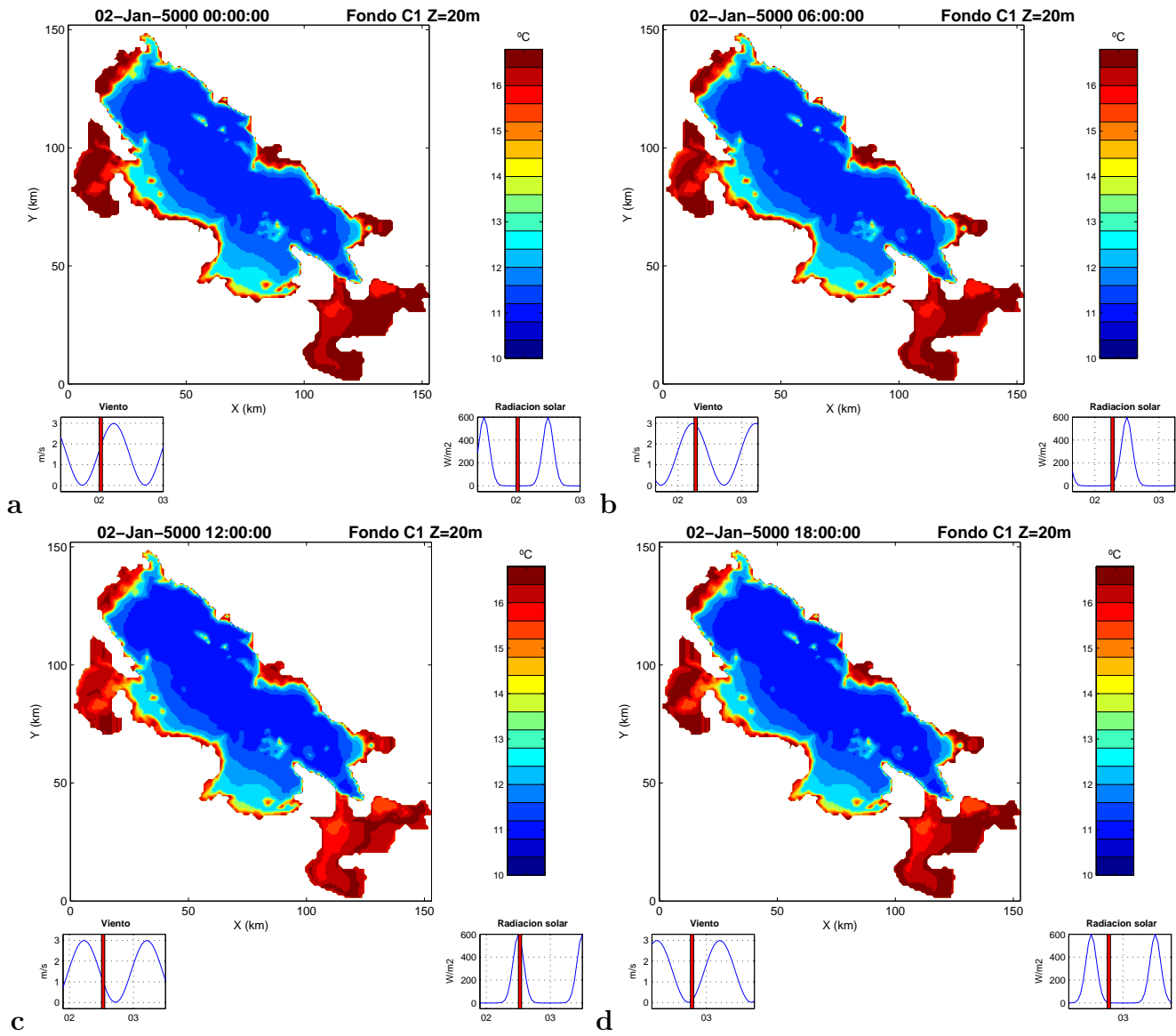


Figura 18: Caso C1. Temperatura en el fondo.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

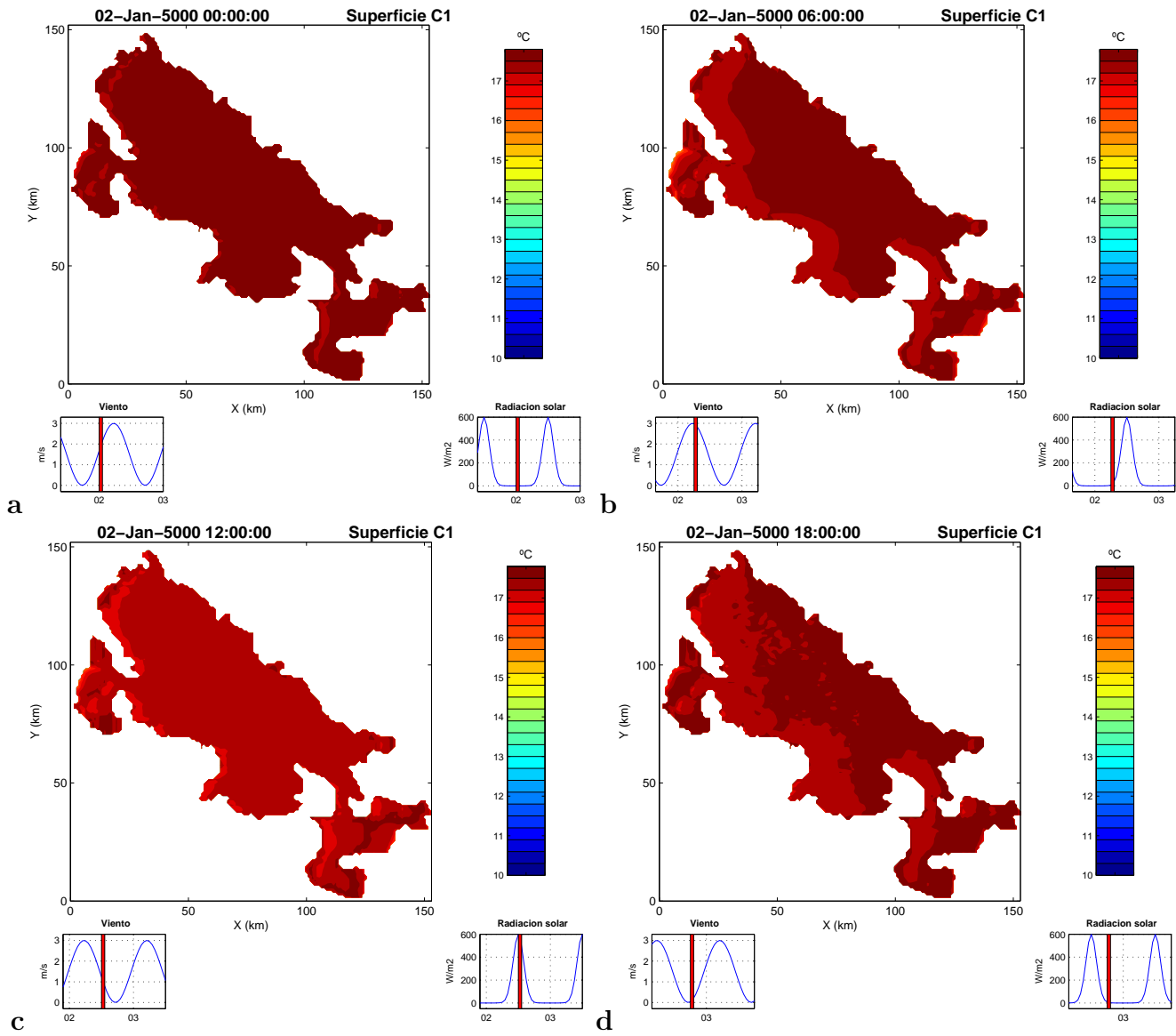


Figura 19: Caso C1. Temperatura en la superficie.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

5.1.2. Caso C2

En las figuras del 20 al 25, se presentan los resultados obtenidos de la distribución espacial del campo de velocidades y la estructura térmica del lago en secciones horizontales (xy). Se seleccionó la información para las 0, 6, 12 y 18 h del día 2 de enero del 2005. El viento se desplaza con una rapidez de 3 m/s y con dirección constante de oeste a este. Las condiciones iniciales y las del flujo son las definidas en la subsección características de la simulación. La condiciones iniciales de temperatura del agua en este caso es diferente al del caso C1.

En la figura 20, la velocidad promedio vertical fue máxima de 0,2 m/s en la región sur del lago Grande a 40 m de profundidad con dirección hacia el norte. El valor mínimo de 0,02 m/s estuvo en la región norte del lago Grande con dirección norte. El efecto del viento y la radiación solar son mínimos.

En la figura 21, la velocidad máxima en el fondo fue de 0,04 m/s en la zona sur del lago Grande entre 150 y 240 m de profundidad, con dirección hacia el estrecho de Tiquina. La velocidad mínima de 0,005 m/s en regiones de 4 a 40 m de profundidad. El efecto del viento y la radiación solar es apreciable en las regiones zómeras como la bahía de Puno y el lago Menor, en los cuadros de las 6 y 12 h. aumentó la magnitud de la velocidad. El lago Grande se divide en dos regiones con desplazamiento de agua en direcciones opuestas, la corriente del sur mostró mayor velocidad.

En la figura 22, la velocidad máxima en la superficie del lago Grande fue de 0,4 m/s al sur del lago Grande entre 50 y 250 m de profundidad, con dirección norte. La velocidad mínima fue de 0,05 m/s en regiones de 4 a 40 m de profundidad. La influencia del viento es notable en el norte del lago Grande donde se observó que la velocidad mantiene la dirección del viento, con mayor influencia en los cuadros de las 6 y 12 h donde la magnitud del viento fue de 3 y 1,5 m/s. Estas dos corrientes se encuentran en una región intermedia cercanas a la isla de Soto.

En la figura 23, la temperatura máxima promedio a las 0 h fue de 14 °C en el lago Menor hasta 40 m de profundidad. La temperatura mínima fue de 1 °C en la región de 250 a 284 m, isla de Soto. El lago se divide en dos regiones con un frente de onda térmica que desplaza las isotermas de menor temperatura hacia el norte. El efecto del viento y la radiación solar es notable en los cuadros de las 6, 12 y 18 h, modificando la temperatura de la bahía de Puno.

En la figura 24, la temperatura máxima del fondo a las 0 h fue de 14 °C en el lago Menor. La temperatura mínima fue de 1 °C en regiones de 150 a 284 m de profundidad. El efecto del viento y la radiación solar es notable solo en la bahía de Puno en los cuadros de las 6, 12 y 18 h. Las isotermas de menor temperatura se expanden hacia regiones de menor profundidad. La temperatura se incrementa en el lago Grande cuando la radiación solar tiene su valor máximo a las 12 h.

En la figura 25, la temperatura máxima en la superficie fue de 14 °C en el sur del lago Grande incluyendo el lago Menor. La temperatura mínima de 1 °C está en la región de 284 m de profundidad cercana a la isla de Soto. La isoterma de mayor temperatura

evoluciona en los cuadros de las 0, 6, 12 y 18 h desplazando hacia el norte del lago Grande a las de menor temperatura. El efecto del viento es mínimo.

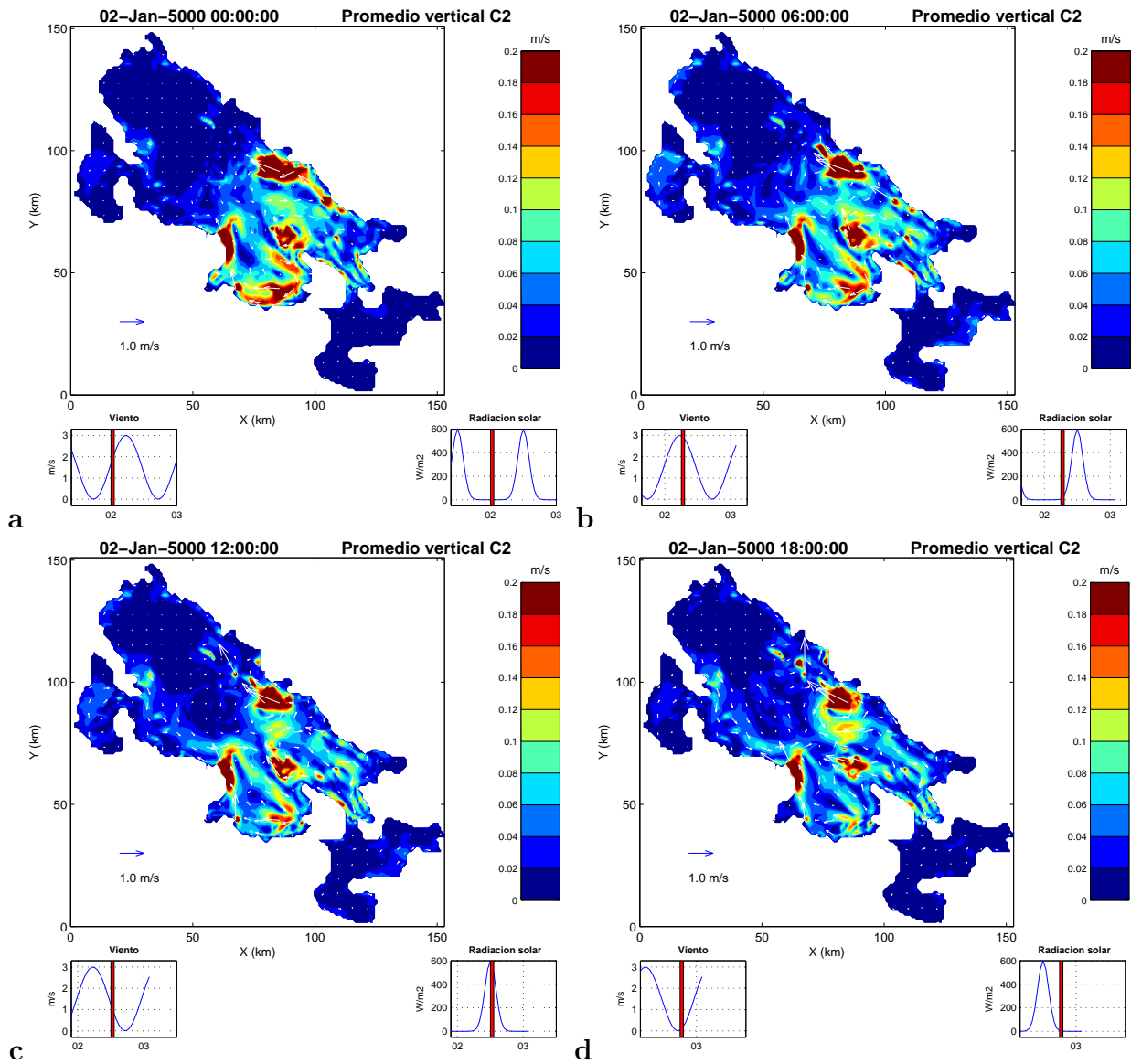


Figura 20: Caso C2. Velocidad promedio vertical.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

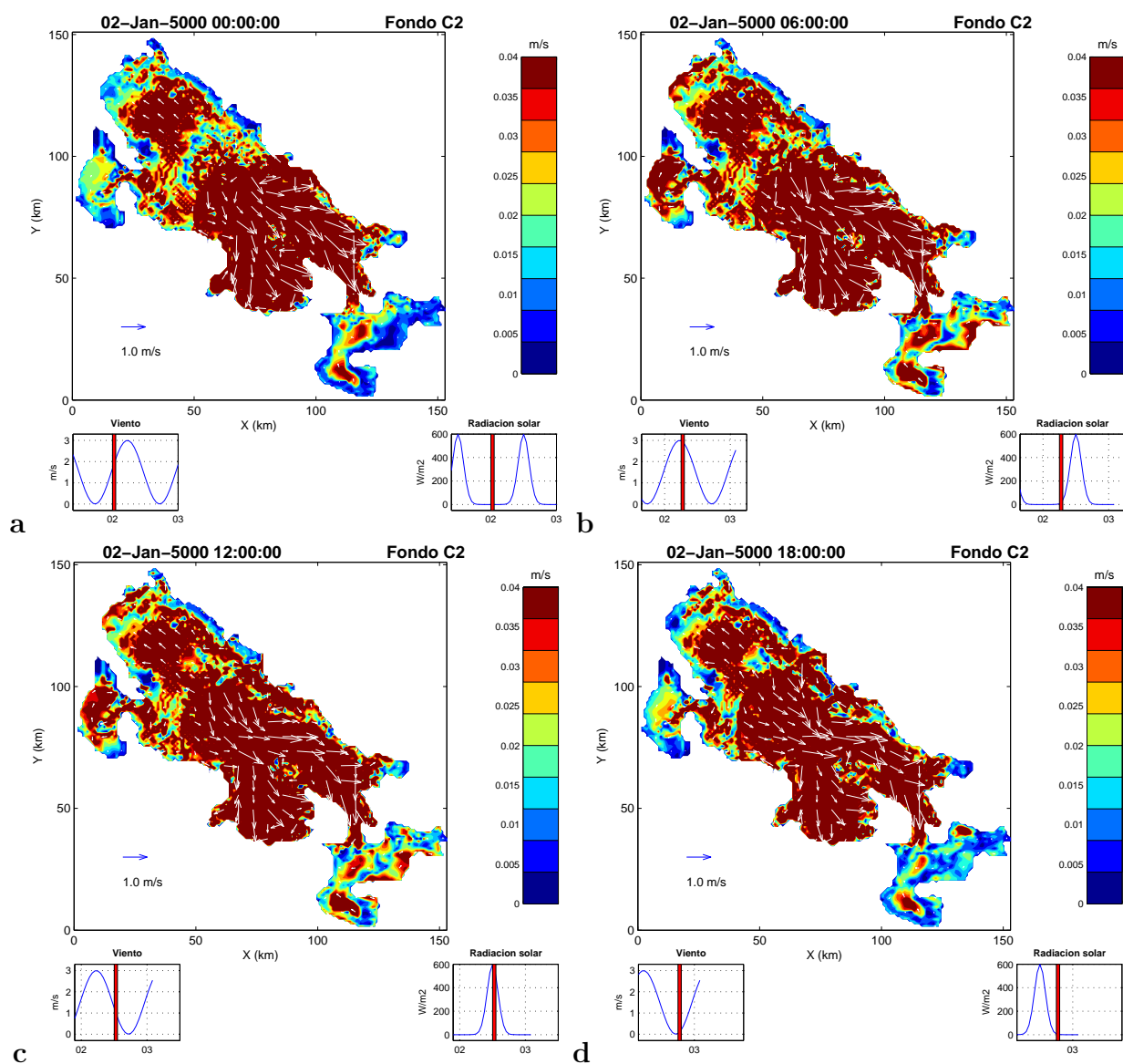


Figura 21: Caso C2. Velocidad en el fondo.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

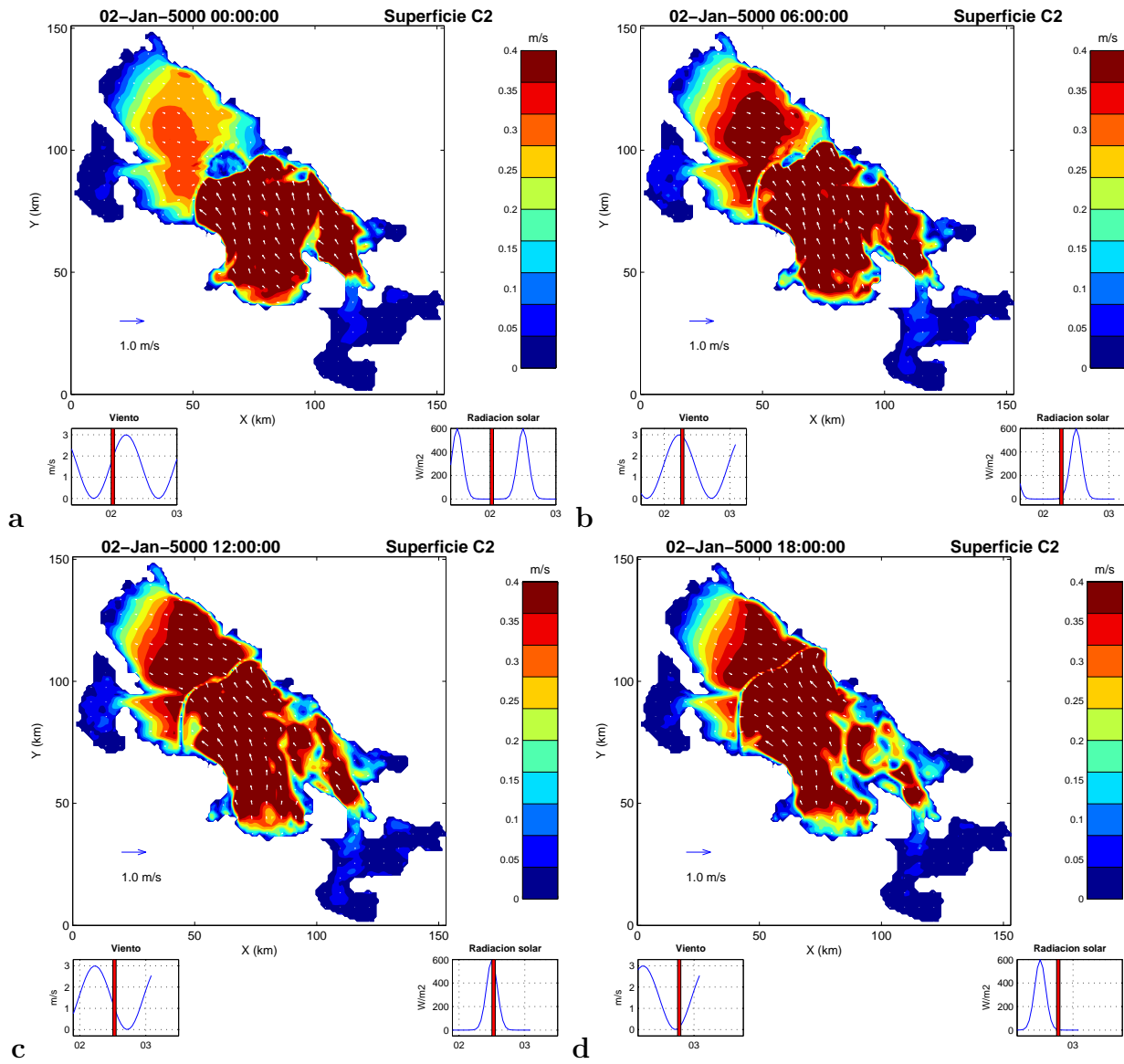


Figura 22: Caso C2. Velocidad en la superficie.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

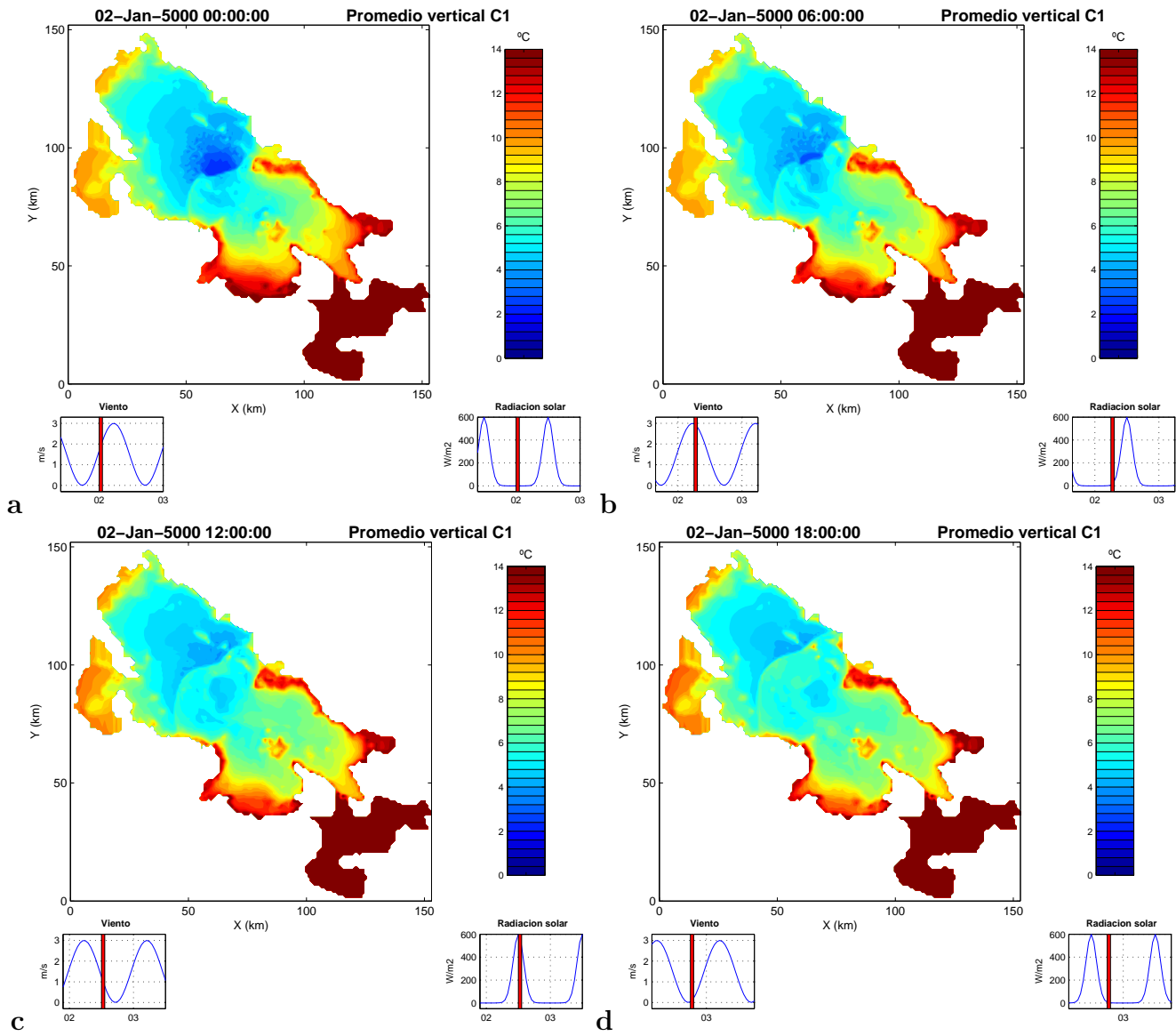


Figura 23: Caso C2. Temperatura promedio vertical.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

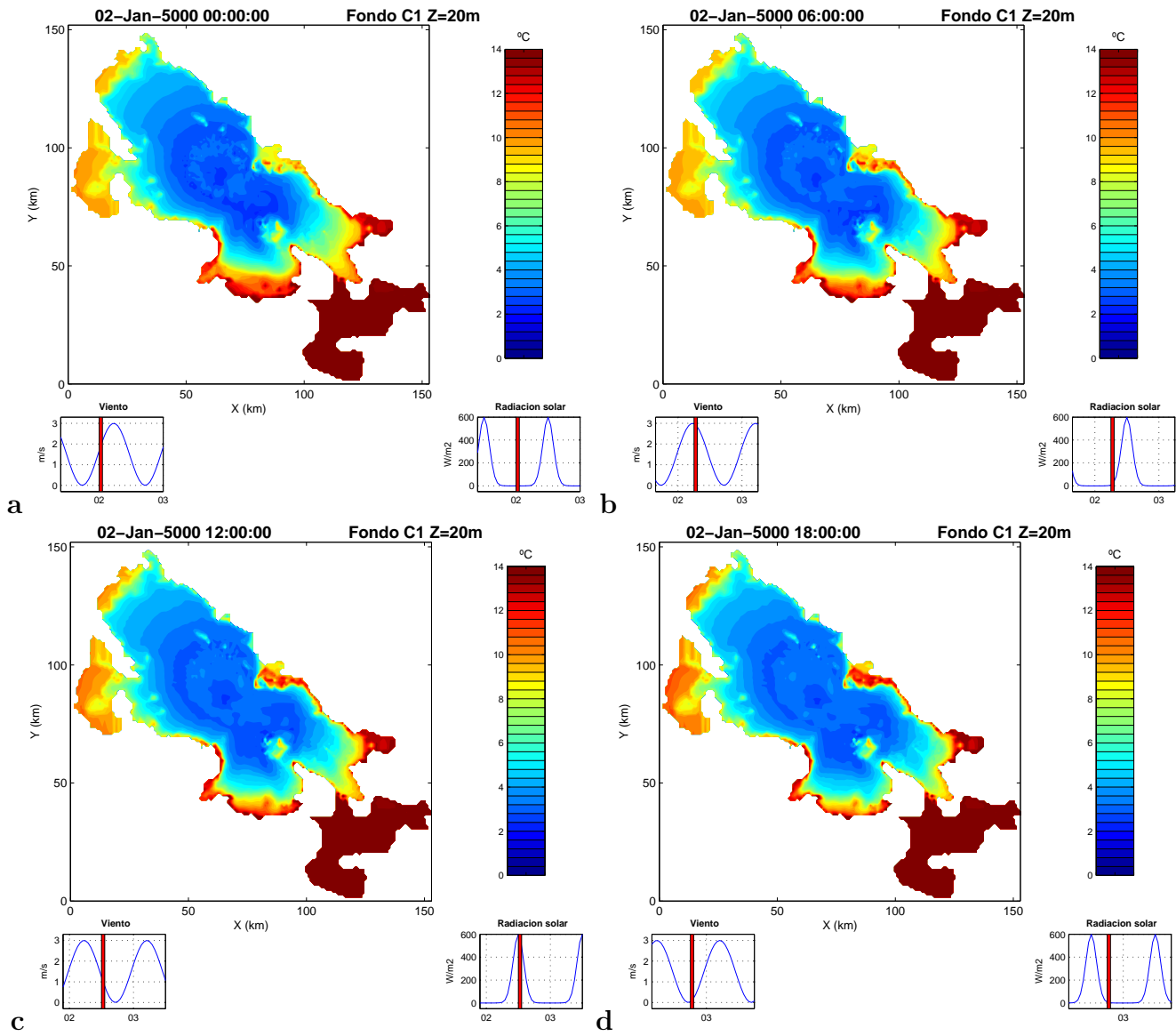


Figura 24: Caso C2. Temperatura en el fondo.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

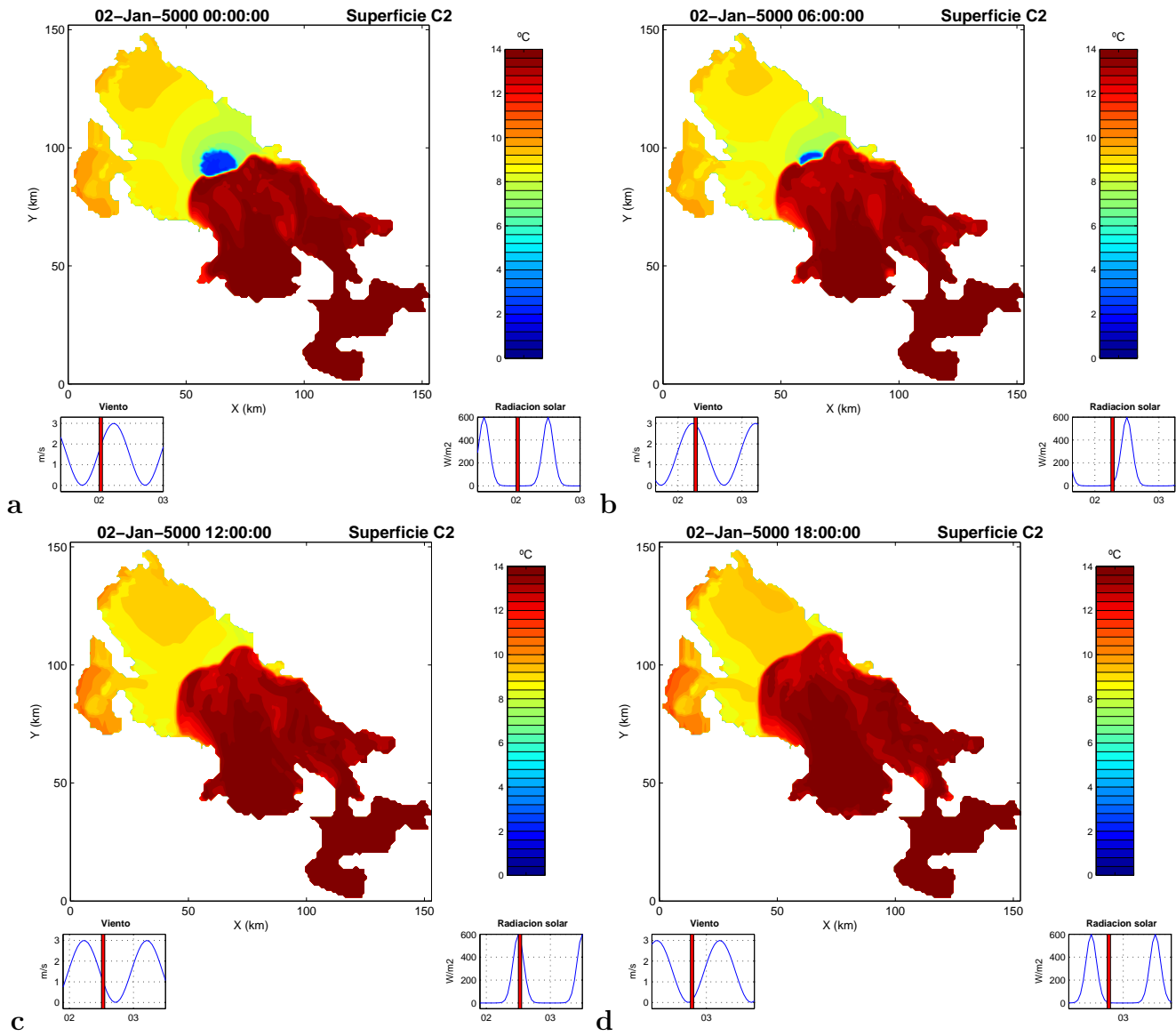


Figura 25: Caso C2. Temperatura en la superficie.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

5.1.3. Caso C3

En las figuras del 26 al 31, se presentan los resultados de la distribución espacial del campo de velocidades y la estructura térmica del lago, en secciones horizontales (xy). Se seleccionó la información para las 0, 6, 12 y 18 h del día 2 de enero del 2005. El viento se desplaza con una rapidez de 3 m/s y con dirección constante de oeste a este. Las condiciones iniciales y las del flujo son las definidas en la subsección características de la simulación.

Las condiciones iniciales de temperatura son las mismas que el caso C1. En la simulación se consideró el efecto de la fuerza de Coriolis. Esta fuerza actúa en dirección perpendicular a la dirección de la velocidad de la partícula. En el hemisferio sur la partícula se desvía hacia la izquierda de la vertical mirando hacia el polo norte. Esta fuerza es debido a la rotación de la tierra.

En la figura 26, a las 12 h la velocidad promedio máxima fue de 0,02 m/s en la bahía de Puno. A las 0 h la velocidad mínima fue de 0,002 m/s en todo el lago Grande, dirigida hacia el norte paralela al eje principal del lago. A las 12 h la velocidad en el lago Grande fue de 0,004 m/s con dirección hacia el sur paralelo al eje principal. A las 18 h la velocidad fue de 0,005 m/s hacia el sur.

En la figura 27, a las 12 h la velocidad máxima en el fondo fue de 0,03 m/s, en zonas de hasta 30 m de profundidad. A las 0 h la velocidad mínima fue de 0,004 m/s en todo el lago Grande. La dirección de la velocidad mínima en el norte del lago Grande es hacia el sur; en el centro, hacia el norte con giro antihorario y en el sur, hacia el estrecho de Tiquina con giro horario. A las 6 h la velocidad en el lago Grande fue de 0,005 m/s; en el norte la dirección fue hacia el norte con giro antihorario; en el centro, hacia el norte con giro antihorario y en el sur, hacia el norte con giro antihorario. A las 12 h la velocidad fue de 0,006 m/s en lago Grande; en el norte la dirección fue hacia el norte con giro horario hasta ubicarse paralela al eje principal; en el centro, hacia el norte con giro antihorario y en el sur, hacia el norte con giro antihorario. A las 18 h la velocidad fue de 0,007 m/s en el lago Grande; en el norte la dirección fue hacia el norte con giro horario, en el centro hacia el norte con giro antihorario y en el sur hacia el estrecho de Tiquina con giro horario.

En la figura 28, a las 0 h la velocidad máxima en la superficie del lago Grande fue de 0,09 m/s, con dirección sur-oeste. A las 6 h la velocidad en regiones del lago Grande de 200 a 284 m fue mínima de 0,02 m/s, con dirección paralela al eje principal del lago hacia el norte. A las 12 y 18 h la velocidad en el lago Grande fue de 0,03 m/s, con dirección paralela al eje principal del lago hacia el sur.

En la figura 29, la estructura térmica promedio fue máxima de 18 °C en zonas someras hasta 50 m de profundidad. La temperatura fue mínima de 12 °C en la región profunda de 200 hasta 284 m. No se observó mayor diferencia en los cuatro cuadros.

En la figura 30, en los cuatro cuadros la temperatura en el fondo fue máxima de 16 °C en zonas someras hasta 50 m de profundidad. La temperatura fue mínima de 12 °C en la región profunda de 150 hasta 284 m. Se observó el efecto del viento de 3 m/s y 1,5 m/s y la radiación solar de 0 y 600 w/m² en los cuadros de las 6 y 12 h.

En la figura 31, en el cuadro de las 0 h la temperatura en la superficie fue máxima de $17^{\circ}C$ en el lago Grande en toda su extensión . En el cuadro de las 6 h, en la zona de 50 a 100 m la temperatura disminuye a $16^{\circ}C$ con viento máximo de 3 m/s de oeste a este. En el cuadro de la 12 h y 18 se repite la misma distribución de temperatura.

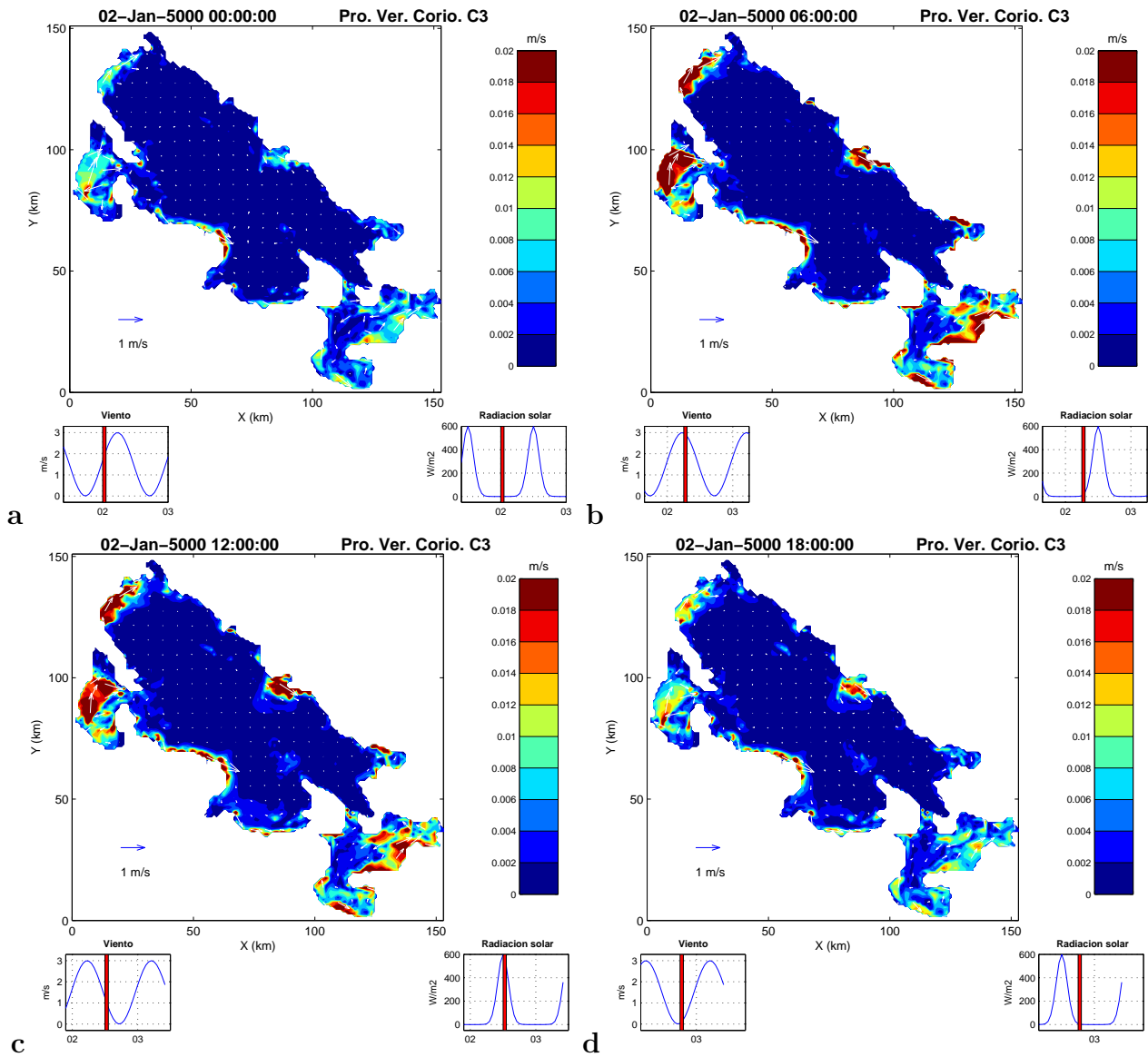


Figura 26: Caso C3. Velocidad promedio vertical. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

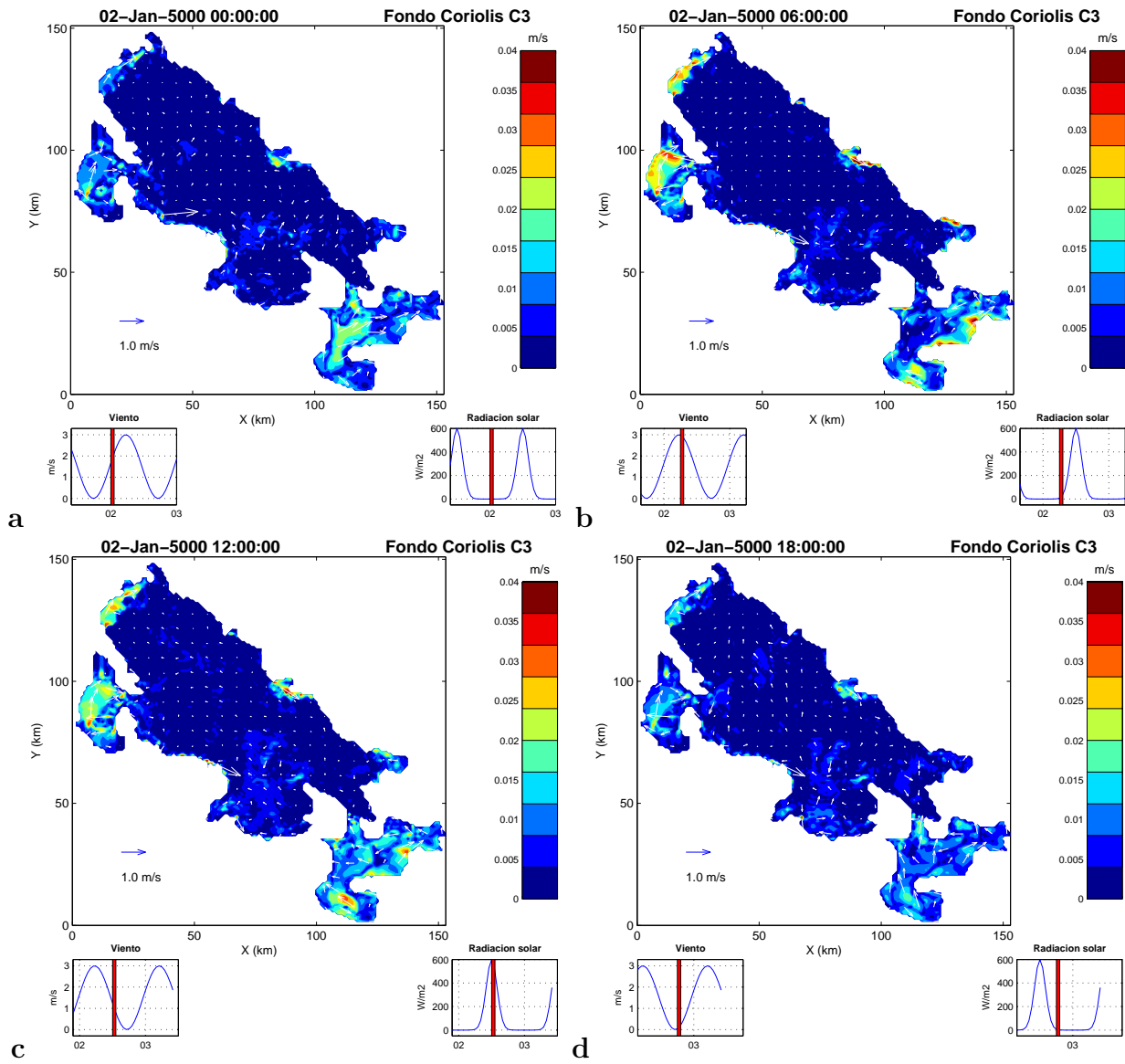


Figura 27: Caso C3. Velocidad en el fondo. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

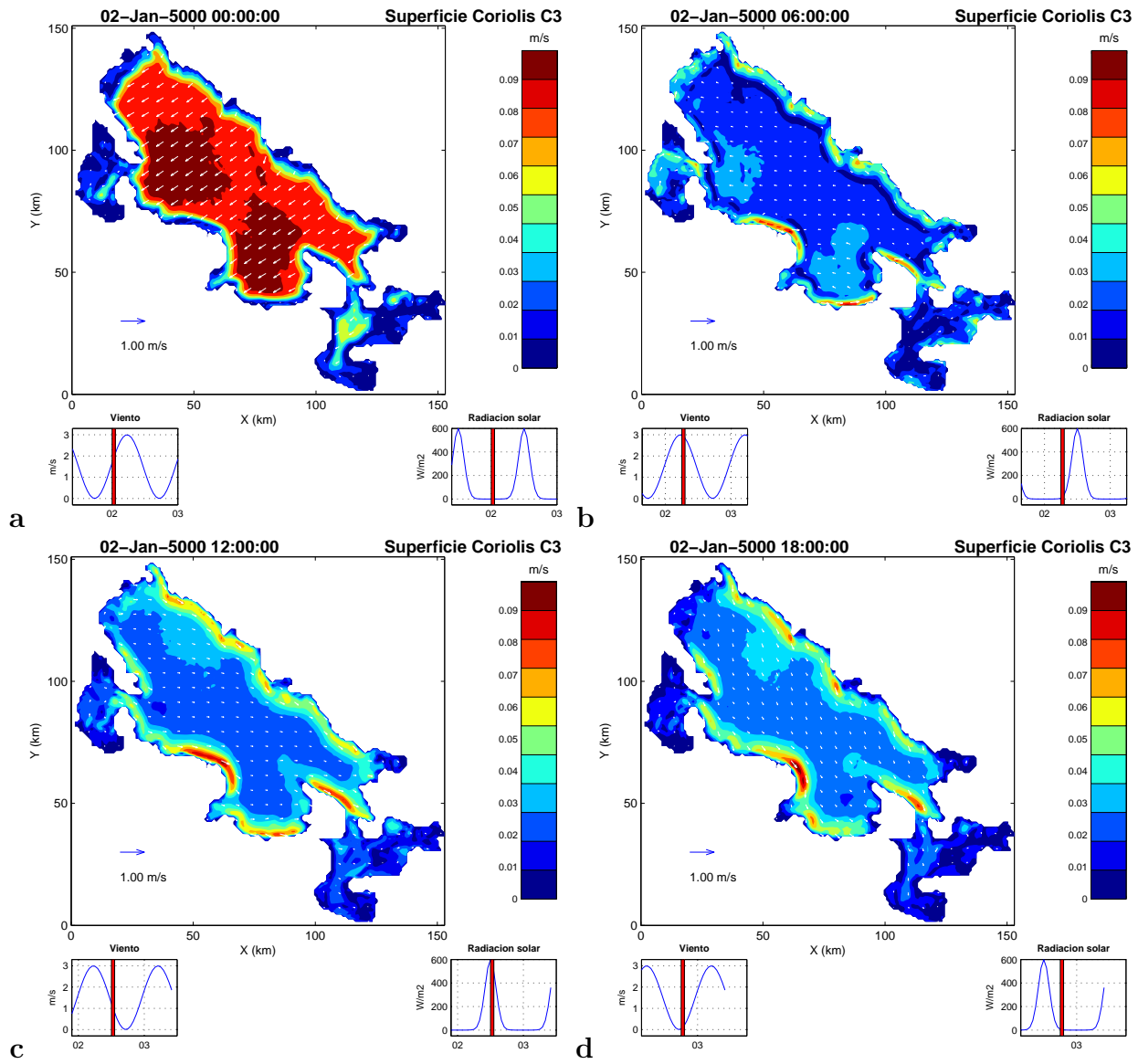


Figura 28: Caso C3. Velocidad en la superficie. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

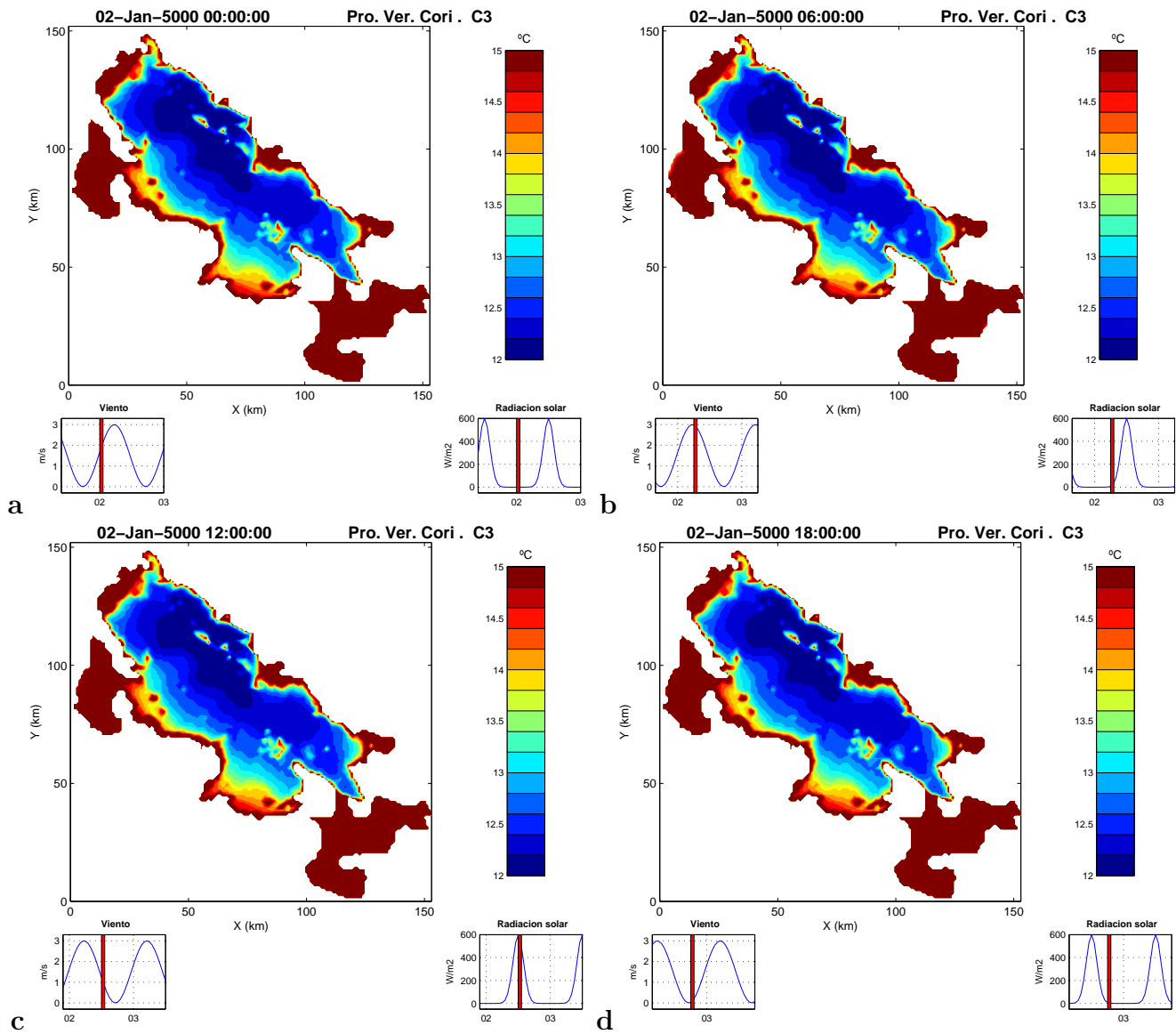


Figura 29: Caso C3. Temperatura promedio vertical. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

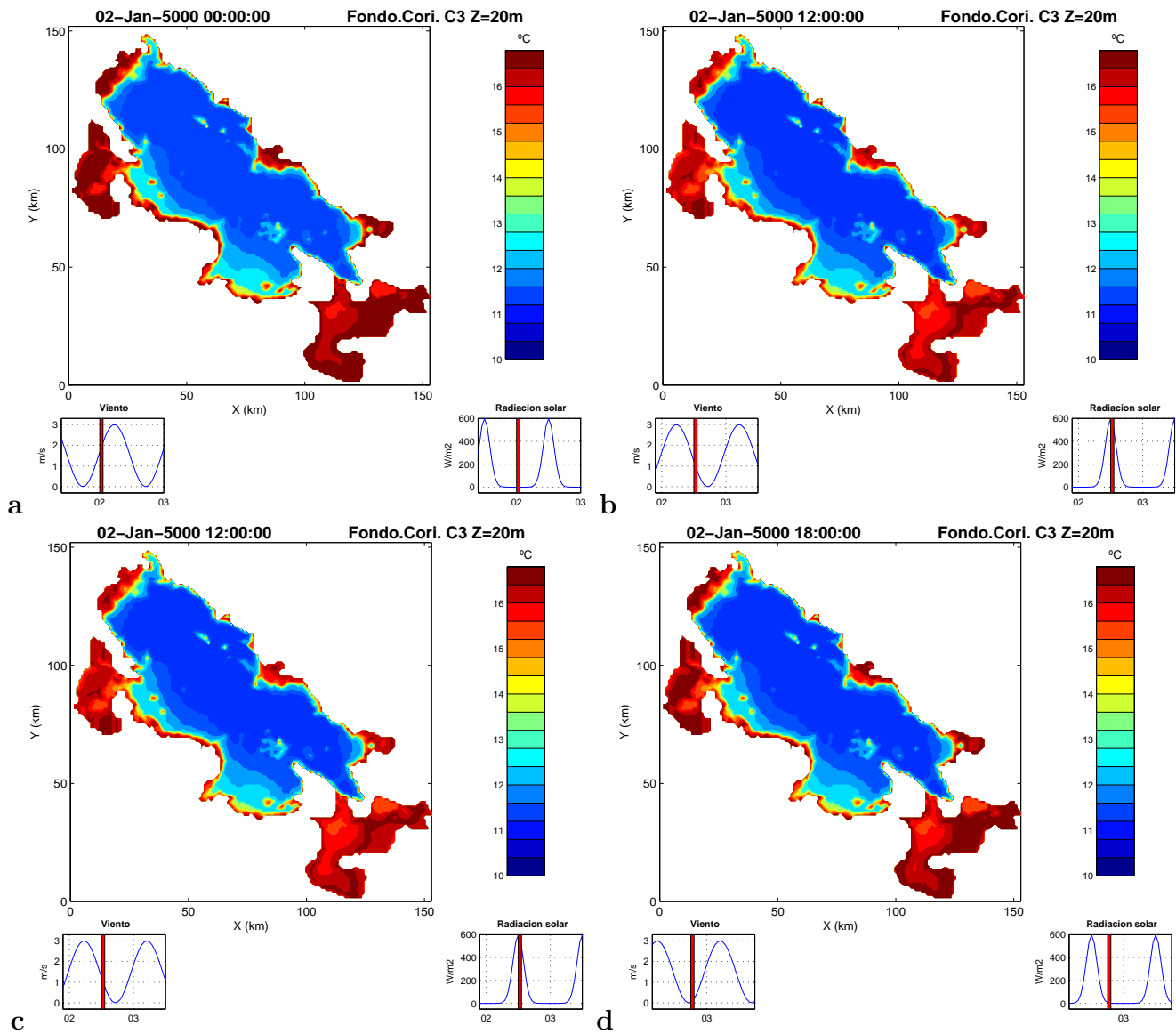


Figura 30: Caso C3. Temperatura en el fondo. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

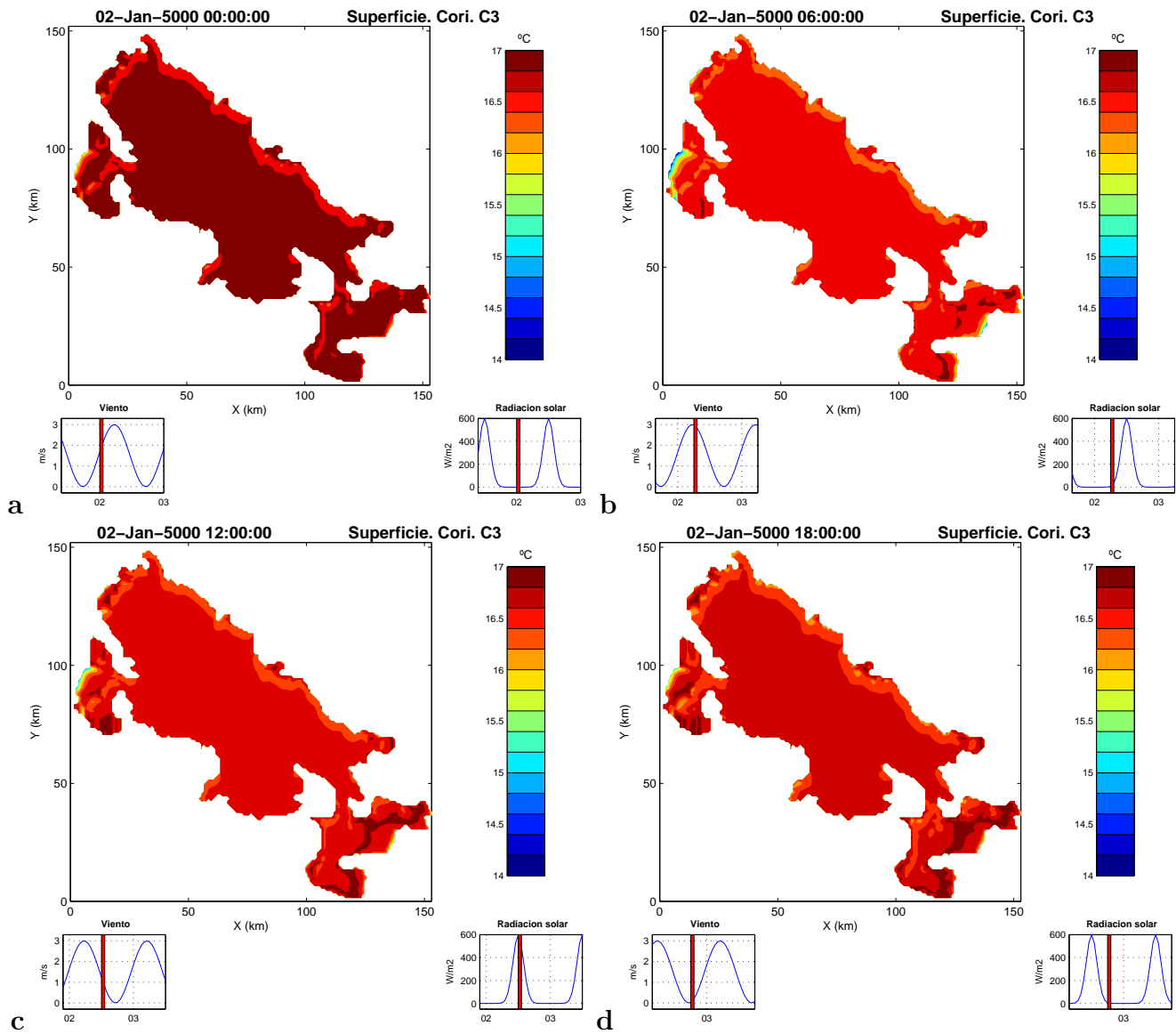


Figura 31: Caso C3. Temperatura en la superficie. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

5.1.4. Caso C4

En las figuras del 32 al 37, se presentan los resultados de la distribución espacial del campo de velocidades y la estructura térmica del lago, en secciones horizontales (xy). Se seleccionó la información para las 0, 6, 12 y 18 h del día 2 de enero del 2005. El viento se desplaza con una rapidez de 3 m/s y con dirección constante de oeste a este. Las condiciones iniciales y del flujo son definidas en la subsección características de la simulación.

Las condiciones iniciales de temperatura son las mismas que para el caso C2. En esta simulación se consideró el efecto de la fuerza de Coriolis.

En la figura 32, la velocidad promedio vertical a las 0 h fue máxima de 0,4 m/s en la región sur del lago Grande entre 50 y 240 m de profundidad, con dirección hacia el norte con giro horario en la zona de 240 m, hacia el norte con giro antihorario en la bahía de Copacabana y una corriente hacia el estrecho de Tiquina. La velocidad mínima fue de 0,05 m/s en la región norte del lago Grande con dirección norte y tendencia al giro horario hacia la bahía de Puno y antihorario hacia la isla de Soto. El efecto del viento y la radiación solar son mínimos. A las 6, 12 y 18 h se mantiene la distribución incrementándose la tendencia de los giros antes mencionados.

En la figura 33, la velocidad máxima en el fondo a las 0 h fue de 0,18 m/s en la zona sur del lago Grande entre 50 y 250 m de profundidad, con dirección hacia el estrecho de Tiquina con giro horario en la región de 100 a 200 m, otra corriente hacia el sur en la bahía de Copacabana. La velocidad mínima fue de 0,04 m/s en regiones de 4 a 40 m de profundidad. El efecto del viento y la radiación solar es apreciable en las regiones zomeras como la bahía de Puno y el lago Menor. En la región norte se aprecia una corriente que se desplaza en dirección norte con giro horario hacia la isla de Soto. A las 6, 12 y 18 h la distribución se repite.

En la figura 34, la velocidad máxima en la superficie del lago a las 0 h fue de 0,7 m/s al sur del lago Grande entre 50 y 240 m de profundidad, con dirección norte y giro horario generando una corriente que se inicia en la bahía de Copacabana. La velocidad mínima fue de 0,1 m/s en regiones de 4 a 40 m de profundidad. En el norte del lago Grande la velocidad disminuye hacia el norte de 0,5 a 0,1 m/s. A las 6 h la velocidad máxima sigue manteniendo la magnitud y dirección pero con giro antihorario. La velocidad mínima de 0,1 m/s se extiende a regiones de 4 a 150 m. A las 12 h la velocidad mantiene la magnitud y dirección hacia el norte, en la región de 250 m de profundidad la velocidad tiene dirección norte paralela al eje principal del lago. La velocidad mínima fue de 0,1 m/s en la región norte cercana a la isla de Soto con dirección norte. A las 18 h la velocidad máxima fue de 0,7 m/s en la región de 250 m. La velocidad mínima fue de 0,1 m/s en regiones de 4 a 100 m de profundidad.

En la figura 35, la temperatura máxima promedio a las 0, 6, 12 y 18 h fue de 17 °C en el lago Menor hasta 40 m de profundidad. La temperatura mínima fue de 2 °C en la región de 250 a 270 m, al sur de la isla de Soto. La temperatura de las isotermas aumentan a medida que la profundidad disminuye. Se observa una isoterma de 2 °C asociado con la

región de 250 a 284 m de profundidad. Las siguientes isothermas son de 3, 4, 6, 8 y 10 °C relacionadas con regiones de menor profundidad tal como indica el mapa de batimetría. El efecto del viento y la radiación solar es notable solo en la región de poca profundidad, lago Menor.

En la figura 36, la temperatura máxima del fondo a las 0, 6, 12 y 18 h fue de 16 °C en el lago Menor y 14 °C en el lago Grande. La temperatura mínima en el lago grande fue de 2 °C en regiones de 150 a 270 m de profundidad en el centro del lago Grande. Se observaron isothermas de 2, 3, 5 y 6 °C de mayor a menor profundidad. El efecto del viento y la radiación solar es notable solo en el lago Menor y en regiones de poca profundidad.

En la figura 37, la temperatura máxima en la superficie a las 0, 6, 12 y 18 h fue de 18 °C en el lago Menor y de 14 °C al sur del lago Grande. La temperatura mínima de 2 °C está en la región de 250 a 270 m de profundidad al su de la isla de Soto. Se observaron dos regiones divididas por isothermas de valores muy diferentes en el lago Grande, al norte las isothermas de 2, 8 y 10 °C, al sur isothermas de 11, 13 y 14 °C. El flujo de calor fue hacia el sur.

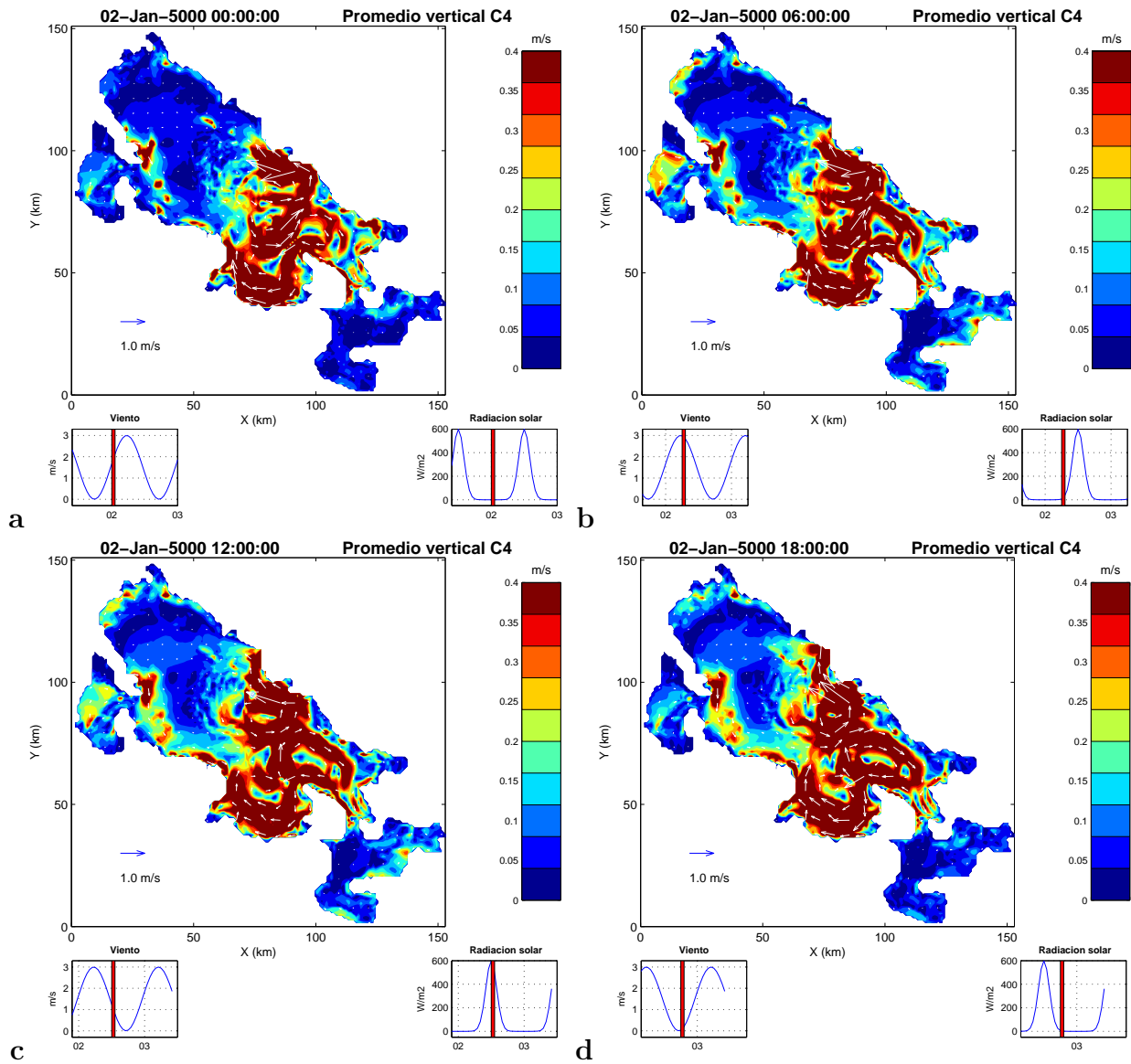


Figura 32: Caso C4. Velocidad promedio vertical. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

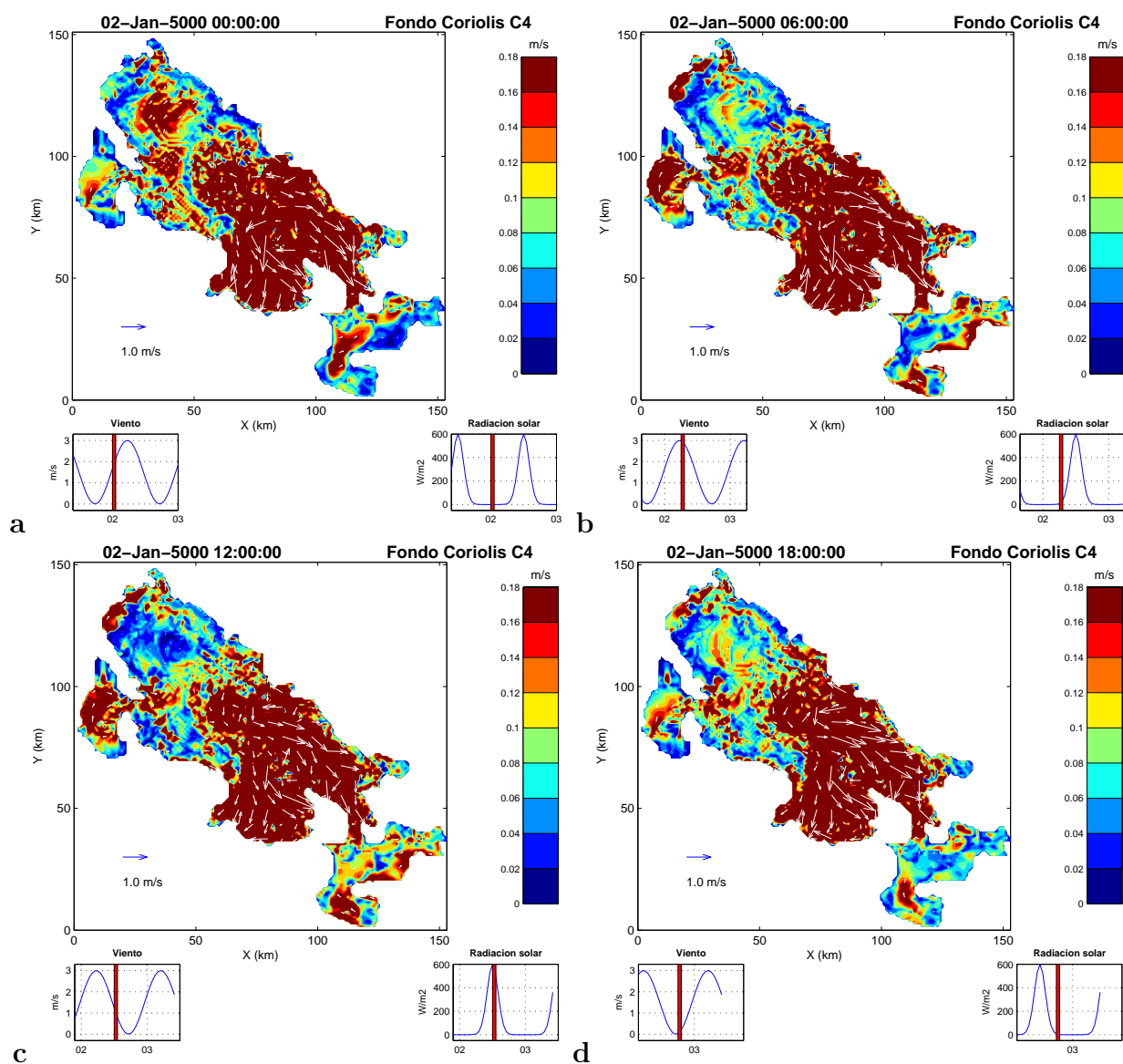


Figura 33: Caso C4. Velocidad en el fondo. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

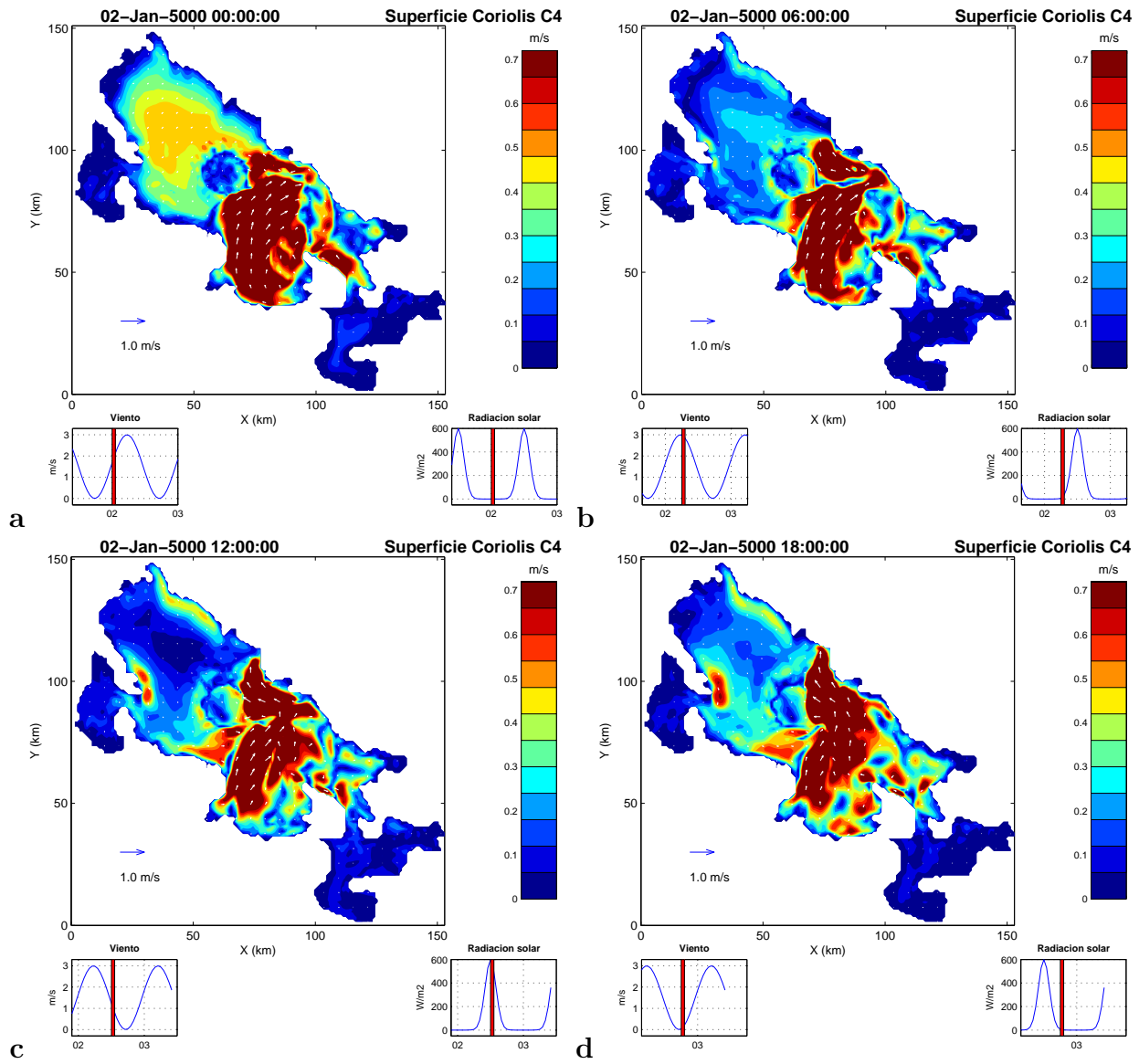


Figura 34: Caso C4. Velocidad en la superficie. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

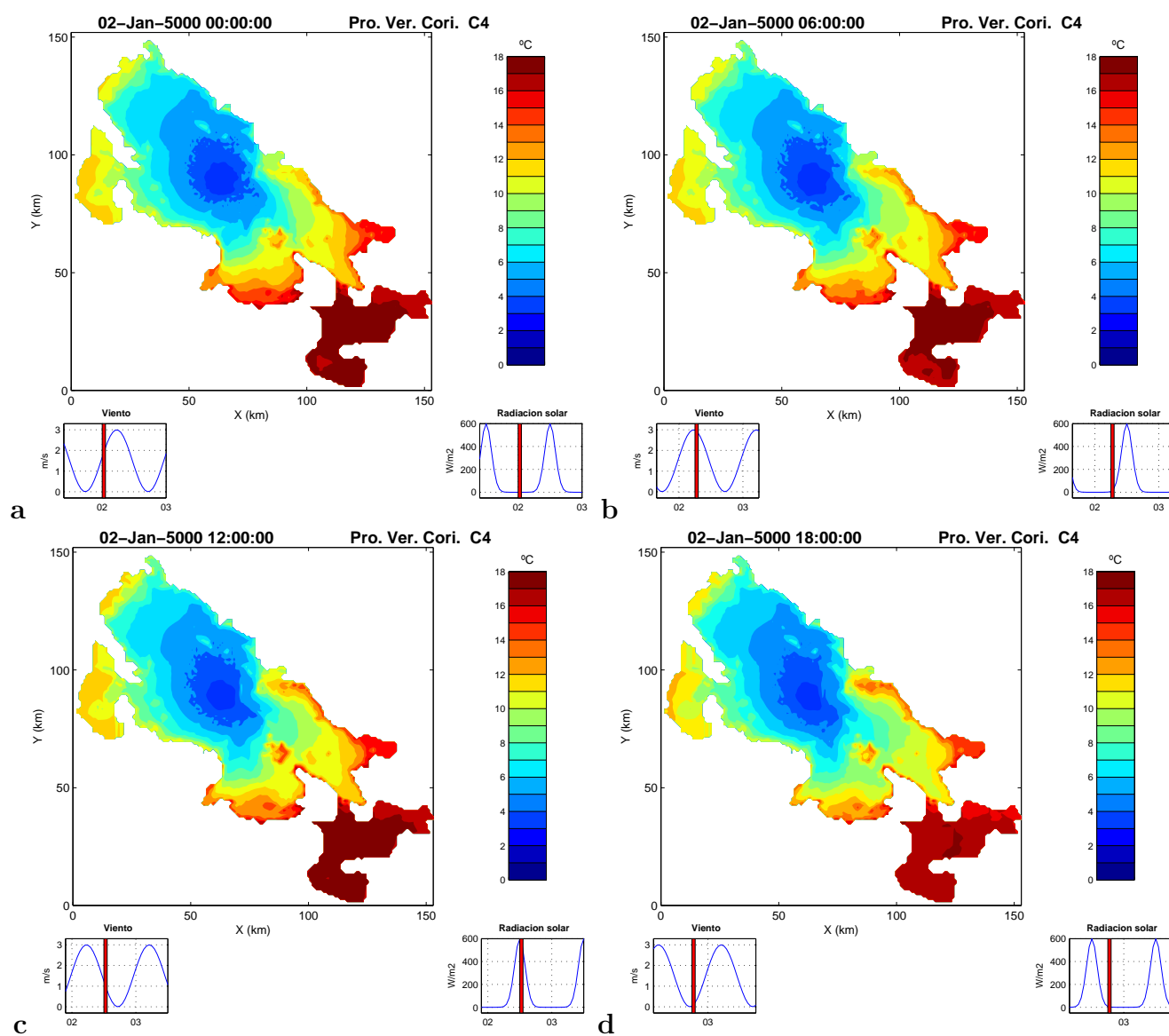


Figura 35: Caso C4. Temperatura promedio vertical. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

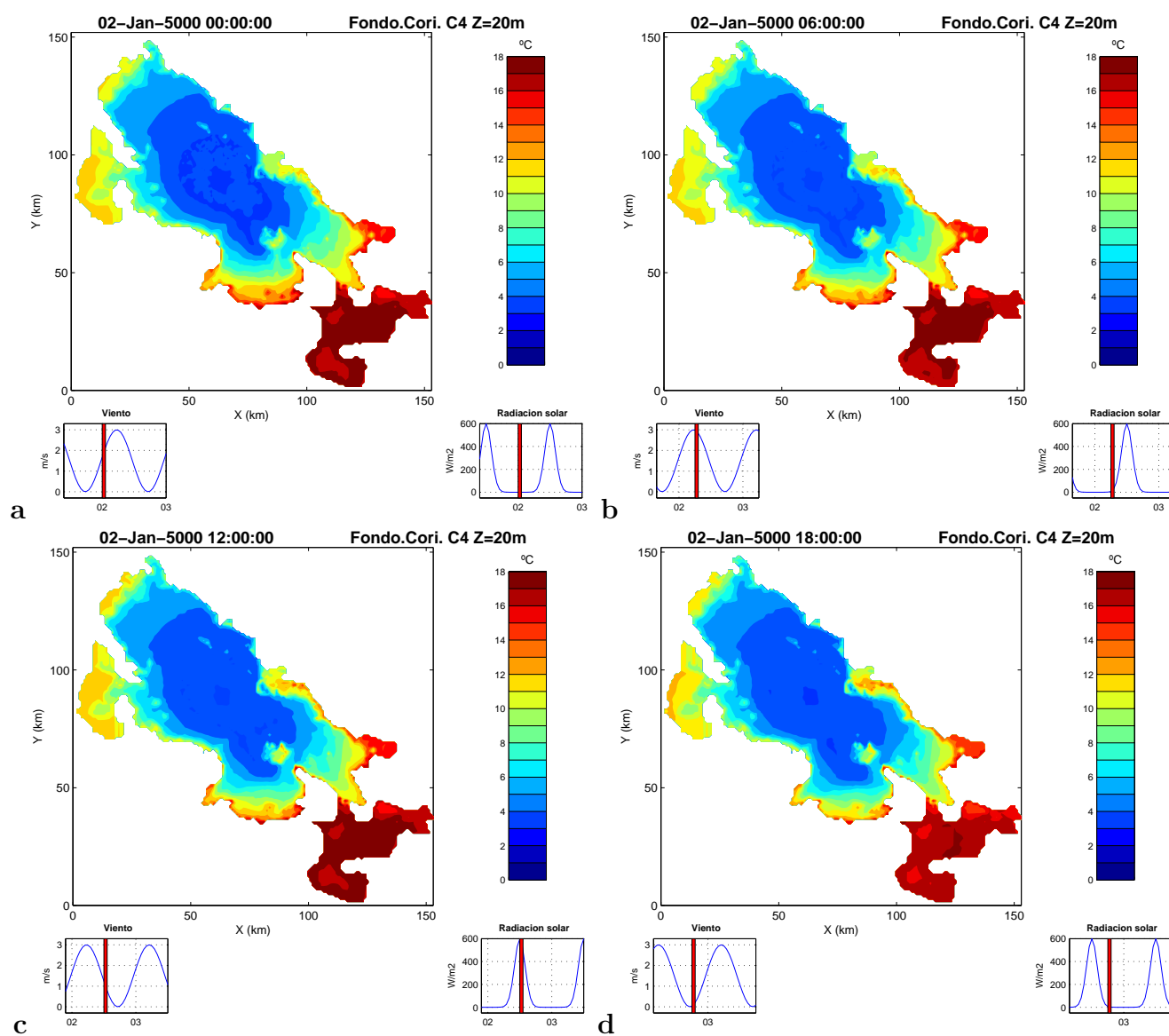


Figura 36: Caso C4. Temperatura en el fondo. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

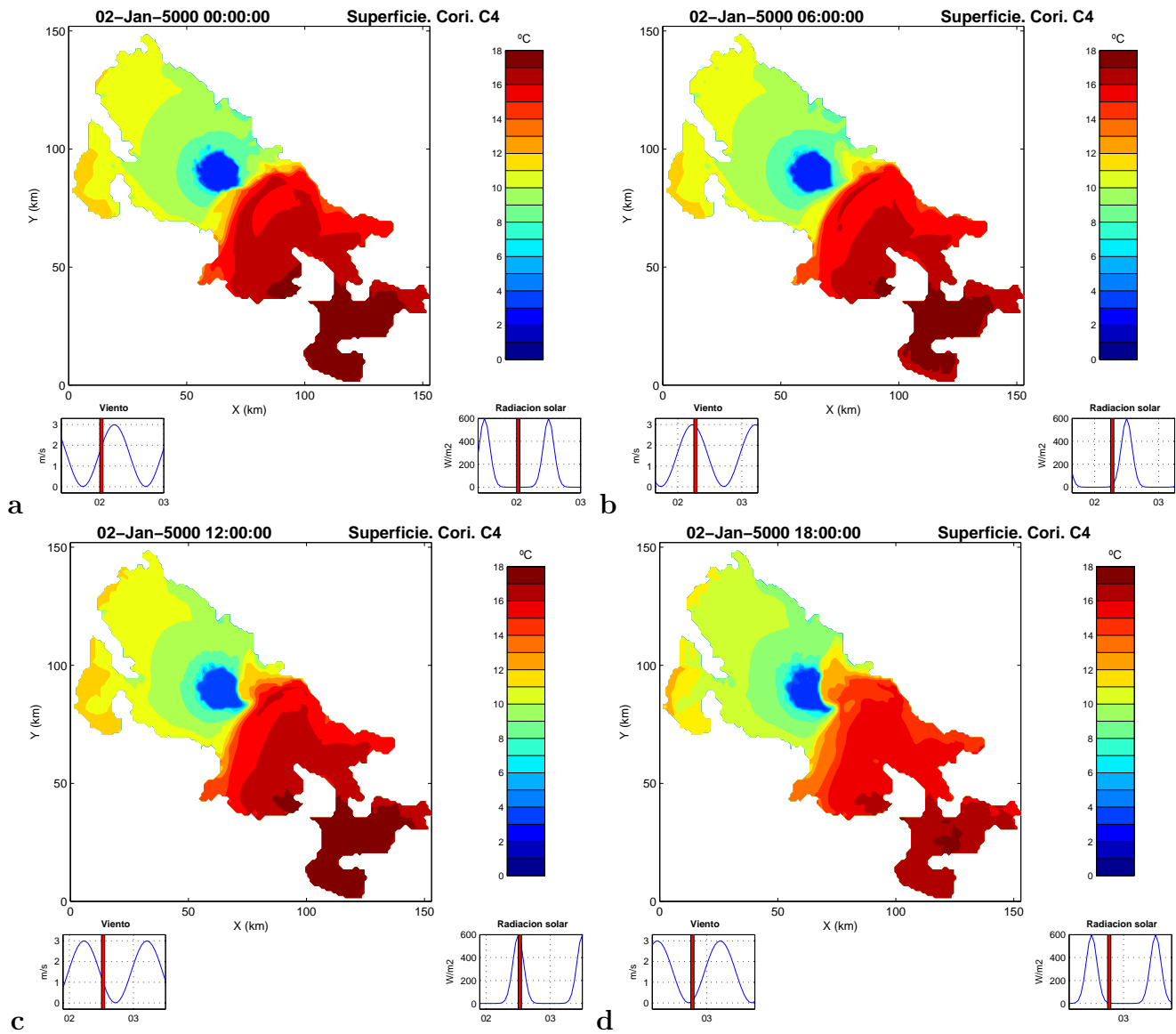


Figura 37: Caso C4. Temperatura en la superficie. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

5.1.5. Secciones verticales de temperatura. Casos: C1, C2, C3 y C4

Las figuras del 38 al 41 corresponden a los resultados de temperatura obtenidas del modelo, en la sección transversal paralela al eje principal del lago. En las figuras se observa el día, año y hora seleccionada. El eje vertical es la profundidad $z(m)$, el eje horizontal la distancia $x(km)$. La posición donde se ubican los resultados de temperatura son: P1(30 km, 120 km, -178 m), P2(40 km, 100 km, -162 m), P3(60 km, 85 km, -169 m), P4(78 km, 80 km, -198 m) y P5(90 km, 65 km, -91 m). Los valores del viento y la radiación solar están indicados en los cuadros inferiores.

Los resultados obtenidos son generandos al unir los puntos que tiene los mismos valores de temperatura, formando isotermas a los largo de la columna de agua.

Caso C1

La temperatura de la columna de agua, se presenta en la figura 38. El valor de la temperatura distribuidos desde la superficie hasta el fondo y el espesor de cada una de las capas, en la tabla 13. En los cuadros de las 0, 6 y 12 h, se observó el valor máximo de $16^{\circ}C$, en la superficie. El valor mínimo de $1^{\circ}C$, en el fondo. En el cuadro de las 18 h, se observó el valor máximo de $14^{\circ}C$, en la superficie. El valor mínimo de $2^{\circ}C$, en el fondo. En todos los cuadros, se observó que el valor de la temperatura disminuye linealmente hasta los 40 m de profundidad.

Tabla 13: Temperatura, sección vertical C1

| prof(m) | 0h | - | - | - | - | 6h | - | - | - | - | 12h | - | - | - | - | 18h | - | - | - | - |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|
| x(km) | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 |
| 0 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 |
| 10 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| 20 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 |
| 40 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 60 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 80 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 100 | 3 | 3 | 3 | 3 | - | 3 | 3 | 3 | 3 | - | 3 | 3 | 3 | 3 | - | 4 | 4 | 4 | 4 | - |
| 120 | 3 | 3 | 3 | 3 | - | 3 | 3 | 3 | 3 | - | 3 | 3 | 3 | 3 | - | 4 | 4 | 4 | 4 | - |
| 140 | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 2 | 2 | 2 | 2 | - |
| 160 | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 2 | 2 | 2 | 2 | - |

Caso C2

La temperatura de la columna de agua, se presenta en la figura 39. Los valores de la temperatura distribuidos desde la superficie hasta el fondo y el espesor de las capas, en la tabla 14. En los cuadros de las 0, 6 y 12 h, en $x = 30, 40$ km, se observó el valor máximo de $8^{\circ}C$, en $x = 60, 78$ y 90 Km el valor máximo de $8^{\circ}C$, en la superficie. El valor mínimo de $2^{\circ}C$, en el fondo. En el cuadro de las 18 h, se observó el valor máximo de $14^{\circ}C$, en la superficie. El valor mínimo de $2^{\circ}C$, en el fondo. En todos los cuadros, se observó que el valor de la temperatura disminuye linealmente hasta los 20 m de profundidad.

Tabla 14: Temperatura, sección vertical C2

| prof(m) | 0h | - | - | - | - | 6h | - | - | - | - | 12h | - | - | - | - | 18h | - | - | - | - |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|
| x(km) | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 |
| 0 | 8 | 8 | 14 | 14 | 14 | 8 | 8 | 16 | 16 | 16 | 8 | 8 | 15 | 15 | 15 | 9 | 8 | 15 | 15 | 15 |
| 10 | 8 | 7 | 13 | 13 | 12 | 7 | 6 | 15 | 15 | 15 | 8 | 8 | 14 | 15 | 15 | 8 | 7 | 14 | 14 | 14 |
| 20 | 7 | 7 | 9 | 10 | 10 | 7 | 7 | 14 | 14 | 14 | 6 | 6 | 10 | 12 | 12 | 6 | 6 | 10 | 12 | 10 |
| 40 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 | 6 | 6 | 7 | 10 | 10 | 5 | 5 | 6 | 10 | 9 | 5 | 5 | 8 | 9 | 9 |
| 60 | 4 | 4 | 5 | 7 | 8 | 5 | 5 | 5 | 9 | 9 | 4 | 4 | 4 | 7 | 7 | 4 | 4 | 4 | 8 | 8 |
| 80 | 4 | 3 | 4 | 5 | 7 | 5 | 4 | 5 | 7 | 7 | 4 | 3 | 3 | 7 | 6 | 4 | 3 | 3 | 5 | 8 |
| 100 | 3 | 3 | 3 | 3 | - | 4 | 4 | 4 | 5 | - | 3 | 3 | 2 | 5 | - | 3 | 3 | 3 | 3 | - |
| 120 | 3 | 2 | 2 | 2 | - | 4 | 3 | 3 | 3 | - | 3 | 2 | 2 | 3 | - | 3 | 2 | 2 | 2 | - |
| 140 | 3 | 2 | 2 | 2 | - | 4 | 3 | 3 | 3 | - | 3 | 2 | 2 | 2 | - | 3 | 2 | 2 | 2 | - |
| 160 | 3 | 2 | 2 | 2 | - | 4 | 3 | 3 | 3 | - | 3 | 2 | 2 | 2 | - | 3 | 2 | 2 | 2 | - |

Caso C3

La temperatura de la columna de agua del caso 3, se presenta en la figura 40. Los valores de la temperatura distribuidos desde la superficie hasta el fondo y el espesor de cada capa, en la tabla 15. En el cuadro de las 0, 6 y 12 h, se observó el valor máximo de 16 °C, en la superficie. El valor mínimo de 2 °C, en el fondo. En el cuadro de las 18 h, se observó el valor máximo de 12 °C, en la superficie. El valor mínimo de 2 °C, en el fondo. En todos los cuadros, se observó que el valor de la temperatura disminuye linealmente hasta los 40 m de profundidad.

Tabla 15: Temperatura, sección vertical C3

| prof(m) | 0h | - | - | - | - | 6h | - | - | - | - | 12h | - | - | - | - | 18h | - | - | - | - |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|
| x(km) | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 |
| 0 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 |
| 10 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 |
| 20 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 40 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 60 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 80 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 100 | 4 | 4 | 4 | 4 | - | 4 | 4 | 4 | 4 | - | 4 | 4 | 4 | 4 | - | 2 | 2 | 2 | 2 | - |
| 120 | 4 | 4 | 4 | 4 | - | 4 | 4 | 4 | 4 | - | 4 | 4 | 4 | 4 | - | 2 | 2 | 2 | 2 | - |
| 140 | 2 | 2 | 2 | 2 | - | 2 | 2 | 2 | 2 | - | 2 | 2 | 2 | 2 | - | 2 | 2 | 2 | 2 | - |
| 160 | 2 | 2 | 2 | 2 | - | 2 | 2 | 2 | 2 | - | 2 | 2 | 2 | 2 | - | 2 | 2 | 2 | 2 | - |

Caso C4

La temperatura de la columna de agua, se presenta en la figura 41. Los valores de la temperatura distribuidos desde la superficie hasta el fondo y el espesor de las capas, en la tabla 16. La temperatura máxima en la superficie a las 0, 6, 12 y 18 h, en x = 30 y 40

km fue de 8°C ; en $x = 78$ fue de 14°C y en $x = 90$ km la temperatura máxima fue de 16°C . La temperatura mínima en el fondo en $x = 30$ km fue de 4°C , en $x = 40, 60$ y 78 km fue de 1°C y en $x = 90$ km fue de 8°C . Observamos en $x = 60$ km una sola columna de agua a la misma temperatura, desapareciendo la estratificación. Las isothermas en $x = 30$ y 60 km tienen inclinación positiva, entre $x = 60$ y 90 km y tienen inclinación negativa.

Tabla 16: Temperatura, sección vertical C4

| prof(m) | 0h | - | - | - | - | 6h | - | - | - | - | 12h | - | - | - | - | 18h | - | - | - | - |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|
| x(km) | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 | 30 | 40 | 60 | 78 | 90 |
| 0 | 8 | 8 | 1 | 14 | 16 | 8 | 8 | 1 | 14 | 16 | 8 | 8 | 1 | 14 | 16 | 8 | 8 | 1 | 14 | 16 |
| 10 | 8 | 8 | 1 | 14 | 16 | 8 | 8 | 1 | 11 | 16 | 8 | 6 | 1 | 11 | 16 | 8 | 8 | 1 | 14 | 14 |
| 20 | 6 | 6 | 1 | 6 | 13 | 6 | 6 | 1 | 6 | 13 | 6 | 6 | 1 | 4 | 13 | 6 | 6 | 1 | 11 | 13 |
| 40 | 6 | 6 | 1 | 1 | 8 | 6 | 6 | 1 | 1 | 13 | 6 | 6 | 1 | 1 | 10 | 6 | 60 | 1 | 6 | 13 |
| 60 | 4 | 4 | 1 | 1 | 8 | 6 | 4 | 1 | 1 | 8 | 6 | 4 | 1 | 1 | 10 | 6 | 4 | 1 | 4 | 13 |
| 80 | 4 | 4 | 1 | 1 | 8 | 4 | 4 | 1 | 1 | 8 | 4 | 4 | 1 | 1 | 8 | 4 | 4 | 1 | 4 | 8 |
| 100 | 4 | 4 | 1 | 1 | - | 4 | 4 | 1 | 1 | - | 4 | 4 | 1 | 1 | - | 4 | 4 | 1 | 4 | - |
| 120 | 4 | 4 | 1 | 1 | - | 4 | 4 | 1 | 1 | - | 4 | 4 | 1 | 1 | - | 4 | 4 | 1 | 1 | - |
| 140 | 4 | 1 | 1 | 1 | - | 4 | 1 | 1 | 1 | - | 4 | 1 | 1 | 1 | - | 4 | 1 | 1 | 1 | - |
| 160 | 4 | 1 | 1 | 1 | - | 4 | 1 | 1 | 1 | - | 4 | 1 | 1 | 1 | - | 4 | 1 | 1 | 1 | - |

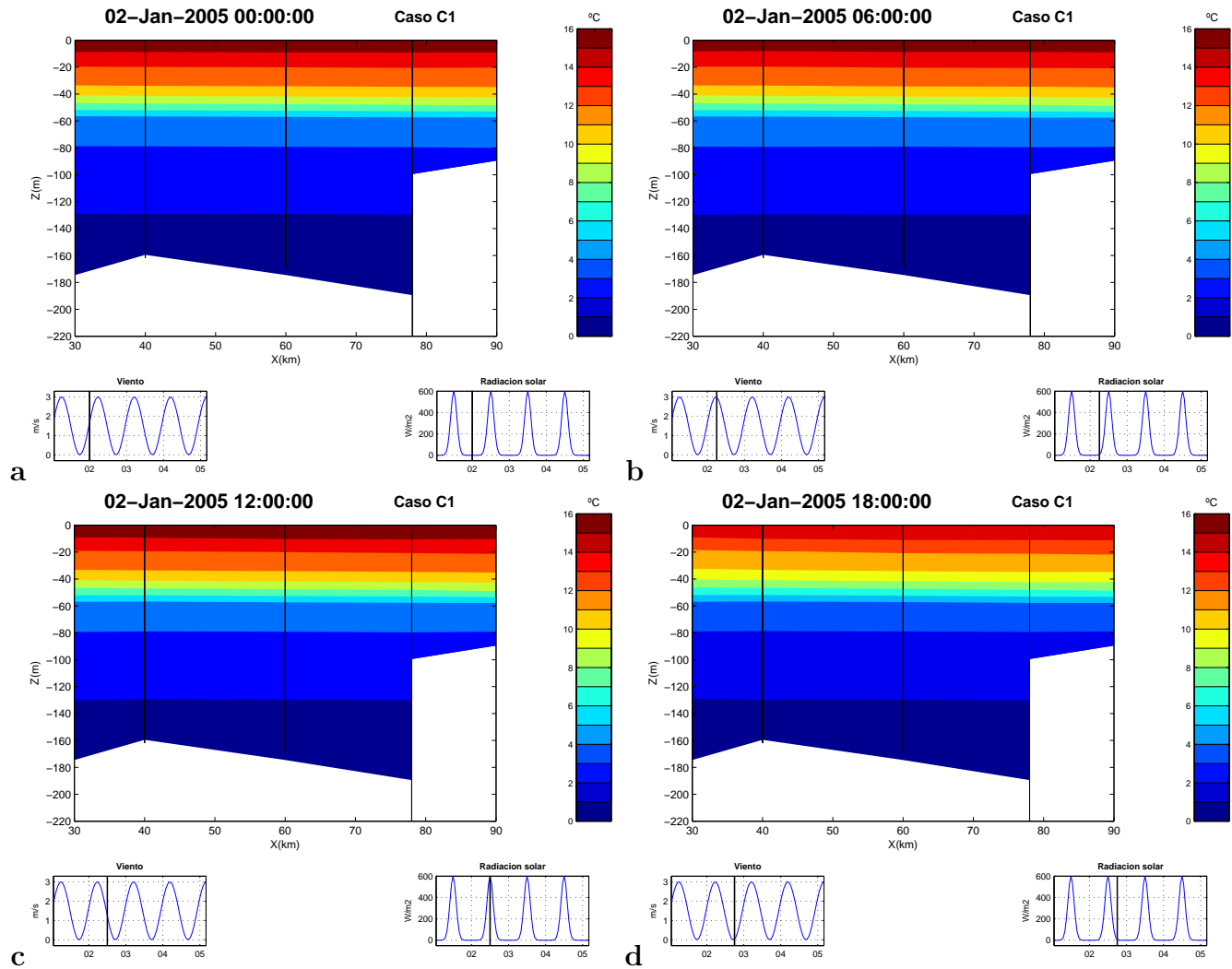


Figura 38: Caso C1. Sección vertical de temperatura.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

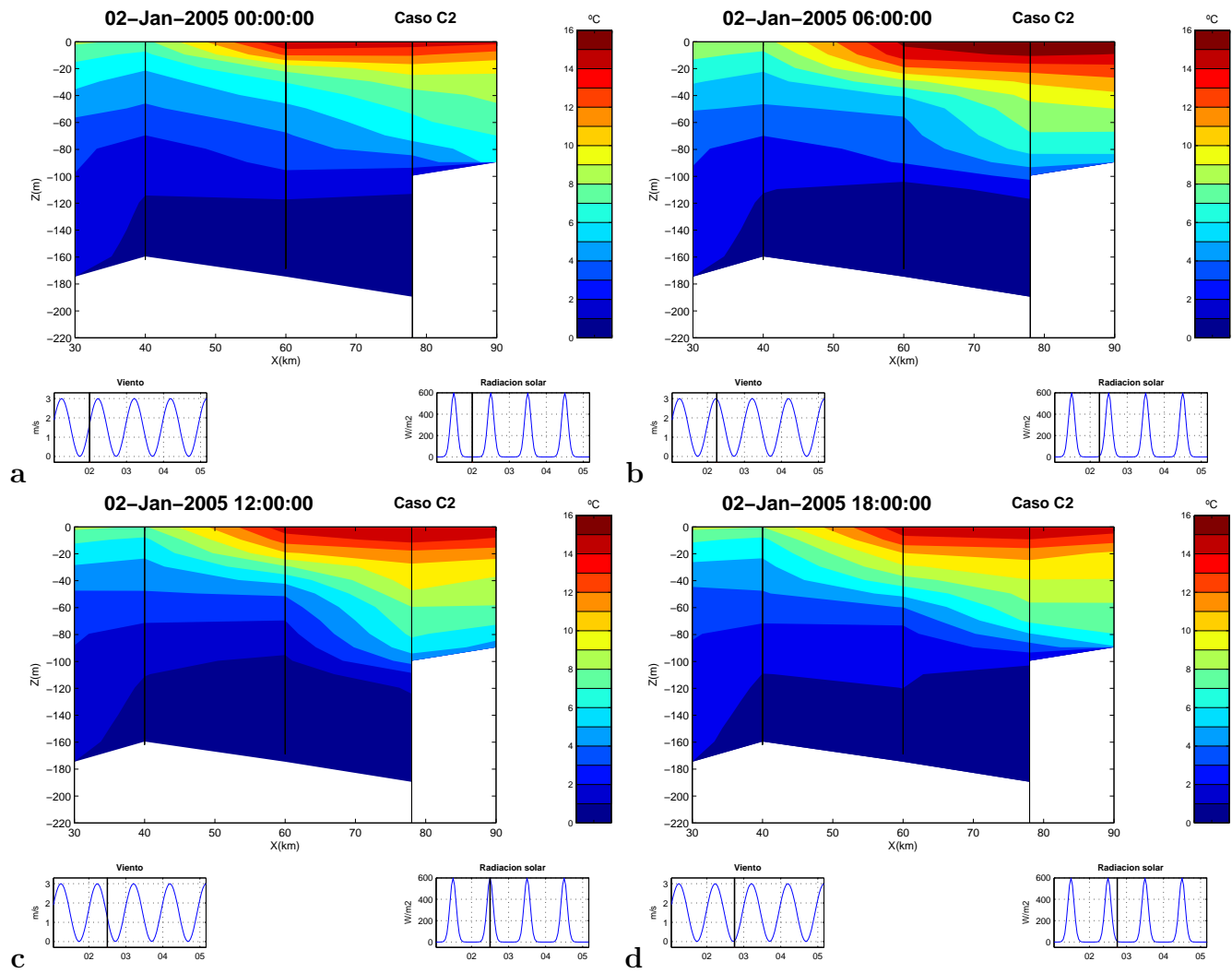


Figura 39: Caso C2. Sección vertical de temperatura.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

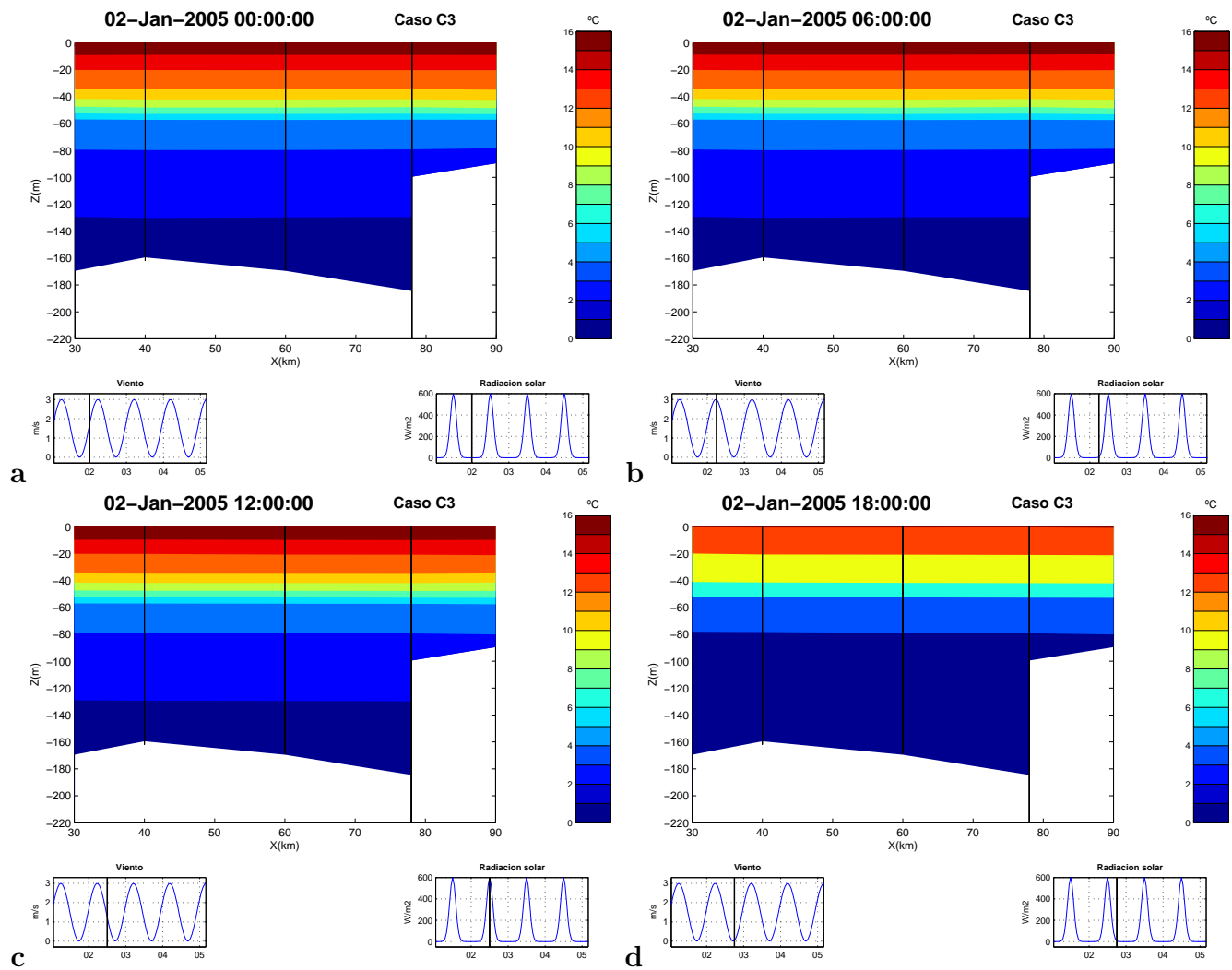


Figura 40: Caso C3. Sección vertical de temperatura. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

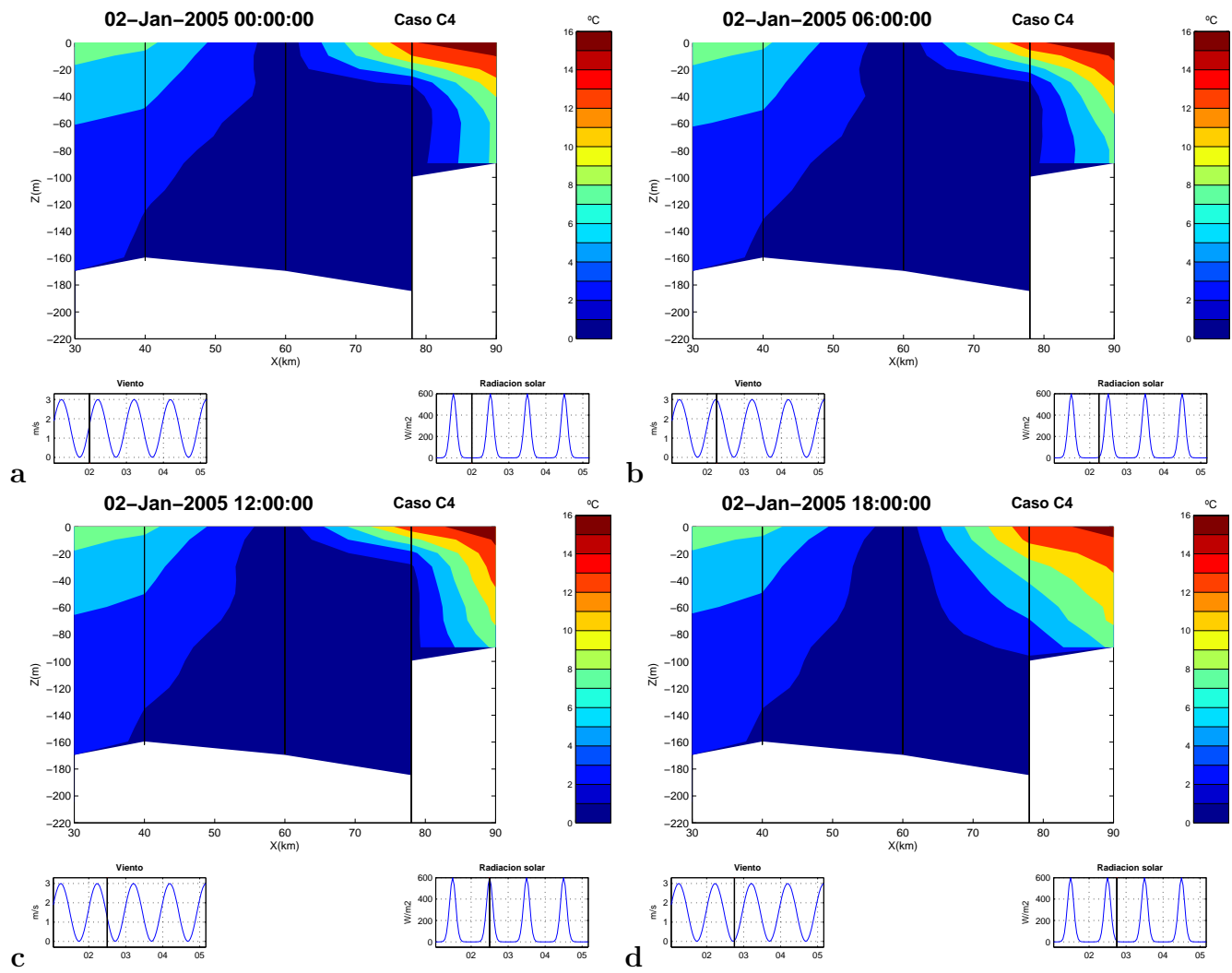


Figura 41: Caso C4. Sección vertical de temperatura. Con coriolis.

a) 0 h. b) 6 h. c) 12 h. d) 18 h.

5.2. Aportes obtenidos para el lago Titicaca después de una simulación con ELCOM

5.2.1. Velocidad promedio vertical

La VPV (velocidad promedio vertical), en el caso **C1**, **C2** y **C3** muestra una distribución uniforme de valor mínimo con dirección norte del lago Grande. Esta corriente que se forma es paralela al eje principal del lago. En el caso **C4**, muestra una distribución de velocidades que se caracteriza por presentar una tendencia a formar corrientes que rotan en sentido horario o antihorario respecto al eje principal del lago con valores máximos que generan corrientes de gran intensidad al sur del lago Grande.

5.2.2. Velocidad en el fondo

La VF (velocidad en el fondo), en el caso **C1** está distribuido uniformemente en el lago Grande y con valor mínimo y dirección norte. En el caso **C2**, la distribución no es uniforme presentando dos corrientes, una dirigida hacia el norte de valor mínimo y otra al sur de valor máximo. En el caso **C3**, la distribución no es uniforme de valor mínimo y con tendencia a generar corrientes que giran en sentido horario o antihorario alrededor del eje principal. En el caso **C4**, la distribución es no uniforme presentando dos corrientes, una dirigida hacia el norte de valor mínimo con giro antihorario respecto al eje principal y otra hacia el sur de valor máximo con tendencia a rotar en sentido horario.

5.2.3. Velocidad en la superficie

La VS (velocidad en la superficie), en el caso **C1** estuvo distribuido uniformemente en el lago Grande. A las 0 h presenta un valor mínimo y a las 12 h un valor máximo. En el caso **C2**, la distribución no es uniforme presentando dos corrientes, una dirigida hacia el norte de valor mínimo y otra al sur de valor máximo. En el caso **C3**, a las 0 h la distribución es uniforme. A las 6, 12 y 18 h es no uniforme con tendencia a generar corrientes que giran en sentido antihorario alrededor del eje principal. En el caso **C4**, la distribución es casi uniforme de valor mínimo en la región norte del lago Grande y en el sur una corriente que tiende a rotar en sentido antihorario de valor máximo.

5.2.4. Temperatura promedio vertical, sección horizontal

La temperatura promedio vertical (TPV), en el caso **C1** presentó una isoterma de temperatura mínima en la región entre 200 y 284 m de profundidad en el lago Grande. La distribución de las isotermas de mayor temperatura es de mayor a menor profundidad. Esta estructura se observó a las 0, 6, 12 y 18 h. La TPV, en el caso **C2** presentó una isoterma de temperatura mínima en una región entre 200 y 250 m de profundidad en el centro del lago Grande. La distribución de las isotermas de mayor temperatura se desplazan hacia el sur de mayor a menor profundidad. La distribución de las isotermas

de menor temperatura se desplazan hacia el norte de mayor a menor profundidad. Esta estructura se observó a las 0, 6, 12 y 18 h. La TPV, en el caso **C3** es semejante al caso C1. La TPV, en el caso **C4** es semejante al caso C3.

5.2.5. Temperatura en el fondo, sección horizontal

La TF (temperatura en el fondo), en el caso **C1** presentó una isoterma de temperatura mínima en la región entre 50 y 284 m de profundidad en el lago Grande. La distribución de las isotermas de mayor temperatura es de mayor a menor profundidad. Esta estructura se observó a las 0, 6, 12 y 18 h. La TF, en el caso **C2** presentó una isoterma de temperatura mínima en una pequeña región entre 200 y 250 m de profundidad en el centro del lago Grande. La distribución de las isotermas de mayor temperatura se observaron en el sur, de mayor a menor profundidad. La distribución de las isotermas de menor temperatura se observaron en el norte de mayor a menor profundidad. Se observó la misma distribución a las 0, 6, 12 y 18 h. La TF, en el caso **C3** es semejante al caso C1. La TF, en el caso **C4** es semejante al caso C3.

5.2.6. Temperatura en la superficie, sección horizontal

La TS (temperatura en la superficie), en el caso **C1** presentó a las 0 h una isoterma de 17 °C en todo el lago Grande. A las 6, 12 y 18 h presentó dos isotermas de 15 y 16 °C. La TS, en el caso **C2** presentó una isoterma de 17 °C al sur del lago Grande. En el centro del lago presentó una isoterma mínima de 2 °C. La distribución de las isotermas en el norte aumentan de valor desde 2 a 10 °C, de mayor a menor profundidad. Se observó la misma distribución a las 0, 6, 12 y 18 h. La TF, en el caso **C3** es semejante al caso C1. La TF, en el caso **C4** es semejante al caso C3. La isoterma de 16 °C disminuye en extensión, se observó que las isotermas menores de 16 °C se distribuyen en el sur del lago Grande y las de menor temperatura al norte.

5.2.7. Caso C1. Temperatura, sección vertical

La estructura vertical de la columna de agua en el caso C1, estuvo caracterizado por presentar capas de agua de temperatura bien definida a medida que aumenta la profundidad. Se observó que el lago esta formado por tres capas denominados epilimnión o capa superficial con agua a mayor temperatura. Una capa intermedia denominado metalimnión que se caracteriza por que la temperatura desciende bruscamente, esto ocurre aproximadamente a 40 m de profundidad. Una tercera capa, denominado hipolimnion de agua fría a partir de 50 m de profundidad hasta el fondo. Las isotermas son horizontales en toda la columna.

5.2.8. Caso C2. Temperatura, sección vertical

La estructura vertical de la columna de agua en el caso C2, estuvo caracterizado por presentar capas de agua de espesor variable con isotermas que nos son horizontales. Se observó que las capas que formaban el epilimnión en el caso C1 se desplazaron hacia el sur del lago Grande a la posición $x = 60, 78$ y 90 km. De igual modo el metalimnión también se desplazó hacia el sur disminuyendo la temperatura bruscamente a partir de 20 m de profundidad. El hipolimnión asciende hacia la superficie llevando agua fría y más densa.

5.2.9. Caso C3. Temperatura, sección vertical

La estructura vertical de la columna de agua en el caso C3, estuvo caracterizado por presentar capas de agua de temperatura bien definida a medida que aumenta la profundidad. Se observó la estratificación de la columna de agua, presentando tres capas como en el caso C1. La capa denominada metalimnión empieza a una profundidad de 40 m y termina aproximadamente a los 60 m. A partir de esta profundidad se observó el hipolimnión. Las isotermas son horizontales en toda la columna. La capa superficial presenta dos temperatura diferentes, al norte una temperatura de 16°C , al sur 15°C .

5.2.10. Caso C4. Temperatura, sección vertical

La estructura vertical de la columna de agua en el caso C4, estuvo caracterizado por presentar capas de agua de espesor variable con isotermas que nos son horizontales. Las capas que formaban el epilimnión en el caso C1 y C3 se desplazaron hacia el sur del lago Grande. De igual modo el metalimnión se desplazó hacia el sur disminuyendo la temperatura bruscamente a partir de 20 m de profundidad. El hipolimnión asciende hacia la superficie llevando agua fría y más densa. La columna de agua que se ubica en la posición $x = 60$ km presenta una sola temperatura de 2°C desde la superficie hasta el

fondo, esta columna de agua fría separa en dos regiones al lago Grande, al norte agua con capas de espesor muy grande y al sur capas que presentan un grado inestable de estratificación.

6. Discusión

6.1. Hipótesis original

La circulación en el lago fue influenciado notablemente por las condiciones iniciales de temperatura más que por el viento y la radiación solar. Los caso C1 y C3, donde las condiciones iniciales de temperatura fueron las mismas, mostró menos actividad dinámica el lago Grande de mayor volumen de agua y profundidad que el lago Menor y orillas que son regiones de poca profundidad. Los casos C2 y C4 donde las condiciones iniciales de temperatura fueron diferentes y se consideró el efecto coriolis, se observó lo contrario.

En las simulaciones no se consideró el efecto de los afluentes, el efluente la precipitación y las islas.

El resultado correspondiente a la sección vertical de temperatura, mostró una estructura de columna de agua fuertemente estratificada, casos C1 y C3. El caso C3, una estratificación débil con tendencia a la mezcla total. El caso C4 mostró una columna de agua no estratificada en la posición $x = 60$ km con una temperatura de 1°C . Los casos C1 y C3 mostraron una disminución lineal de la temperatura hasta los 40 m de profundidad, para luego disminuir bruscamente definiendo de esta forma la capa intermedia denominada metalimnión que separa el agua superficial de menor densidad con el agua profundo de mayor densidad. En los caso C2 y C4, en las posiciones donde la temperatura inicial fue menor, la temperatura disminuye lentamente hasta el fondo, no se observó un cambio brusco del valor de la temperatura, lo que significa que la capa intermedia desaparece.

6.2. Aportes obtenidos

6.2.1. Sección horizontal de la velocidad

Los resultados entregados por el modelo sobre la velocidad promedio vertical (VPV) en planos horizontales presentó dos distribuciones claramente definidos. En los casos C1 y C3 donde las condiciones iniciales de temperatura fueron iguales, la VPV tuvo valores mínimos en todo el lago Grande y sin tendencia a rotar alrededor del eje principal. En los casos C2 y C4 donde las condiciones iniciales de temperatura son diferentes y se considera el efecto de la fuerza de Coriolis, la distribución de la VPV no es uniforme con tendencia a rotar. En el caso C4 aumentó la actividad dinámica al sur del lago Grande.

Los resultados entregados por el modelo sobre la velocidad en el fondo (VF), presentó dos distribuciones diferentes para el lago Grande. El caso C1 se diferencia notablemente de los otros casos. El caso C1 presenta una velocidad mínima y uniforme en todo el lago Grande, el caso C2, C3 y C4 no. La característica de los resultados en los casos C2, C3 y C4 es que presentaron tendencia a rotar alrededor del eje principal del lago. Los casos C2

y C4 adicionalmente presentaron dos corrientes opuestas en la dirección del eje principal, uno hacia el norte de valor mínimo y otra al sur de valor máximo

Los resultados entregados por el modelo sobre la velocidad en la superficie (VS), presentó dos distribuciones diferentes para el lago Grande. El efecto del viento, la radiación solar, las condiciones iniciales de temperatura y la fuerza de Coriolis influyen notablemente a las partículas de agua que se encuentran en la superficie. El caso C1 presento una velocidad uniforme. El caso C2 presento dos corrientes que se desplazan en direcciones opuestas y paralelas al eje principal. El caso C3 presento corrientes con tendencia a rotar alrededor del eje principal. El caso C4, las corrientes presentan mayor tendencia a rotar.

6.2.2. Sección horizontal de la temperatura

Los resultados entregados por el modelo sobre la temperatura promedio vertical (TPV) en secciones horizontales presentó dos distribuciones claramente definidos. En los casos C1 y C3 donde las condiciones iniciales de temperatura fueron iguales, la TPV presentó isotermas a lo largo del eje principal del lago Grande con una distribución uniforme. En los casos C2 y C4 donde las condiciones iniciales de temperatura son diferentes y se considera el efecto de la fuerza de Coriolis, la distribución de la TPV presentó dos regiones con temperaturas diferentes, el norte con temperatura mínima y el sur del lago Grande con temperatura máxima.

Los resultados entregados por el modelo sobre la temperatura en el fondo (TF), presentó dos distribuciones diferentes para el lago Grande. El caso C1 y C3 presentó las isotermas distribuidas a lo largo del eje principal del lago incrementando su valor hacia regiones de poca profundidad. En los casos C2 y C4 las isotermas dividen al lago en dos regiones, el norte de mínima temperatura y el sur de máxima temperatura.

Los resultados entregados por el modelo sobre la temperatura en la superficie (TS), presentó dos distribuciones diferentes para el lago Grande. Los casos C1 y C3 presentaron isotermas uniformes a lo largo del eje principal. En los casos C2 y C4, las isotermas dividen al lago en dos regiones el norte de temperatura mínima y el sur de temperatura máxima. El efecto del viento y la radiación solar es apreciable solo en las regiones de poca profundidad.

6.2.3. Sección vertical de la temperatura

Caso C1

En el cuadro de las 0, 6, 12 y 18 horas, en los puntos de control $x = 30, 40, 60, 78$, y 90 km, presentó una columna de agua estratificada horizontalmente de 8 capas con isotermas paralelas a la superficie de nivel. Las capas superficiales tienen 10 m de espesor y 16°C

de temperatura, respectivamente. La columna de agua presentó tres capas, el epilimnión hasta los 40 m, el metalimnión hasta los 60 m y el hipolimnión hasta los 280 m.

Caso C2

En el cuadro de las 0 horas, en los puntos de control $x = 30, 40, 60, 78$ y 90 km, presentó una columna de agua debilmente estratificada de 5, 6, 10, 10 y 6 capas, donde las isothermas no son paralelas a la superficie de nivel. En $x = 30$ km, las isothermas están inclinadas con pendiente positiva. En $x = 40$ km se observó un máximo de temperatura, es decir en este punto la pendiente cambia de valor. En $x = 60, 78$ y 90 km las isothermas están inclinadas con pendiente negativa. La capa superficial tuvo 15, 10, 4, 4 y 5 m de espesor y 8, 8, 14, 14 y 14°C de temperatura, respectivamente.

En el cuadro de las 6 horas, en los puntos de control $x = 30, 40, 60, 78$, y 90 km, presentó una columna de agua débilmente estratificada de 5, 6, 11, 9 y 8 capas, donde las isothermas no son paralelas a la superficie de nivel. En $x = 30$ km, las isothermas están inclinadas con pendiente positiva pero de menor valor que en el cuadro de las 0 h. En $x = 40$ km se observó un máximo, es decir en este punto la pendiente cambia de valor. En $x = 60$ y 78 km las isothermas están inclinadas con pendiente negativa. En $x = 90$ km las isothermas se vuelven horizontales. La capa superficial tuvo 15, 5, 4, 10 y 8 m de espesor y 8, 8, 16, 16 y 16°C de temperatura, respectivamente.

En el cuadro de las 12 horas, en los puntos de control $x = 30, 40, 60, 78$, y 90 km, presentó una columna de agua estratificada que son de 5, 6, 11, 8 y 8 capas, donde las isothermas no son paralelas a la superficie de nivel. En $x = 30$ y 90 km, las isothermas están inclinadas con pendiente positiva. En $x = 40$ km se observó un máximo, es decir en este punto la pendiente cambia de valor. En $x = 60$ y 78 km las isothermas están inclinadas con pendiente negativa. El espesor de la capa superficial fue de 12, 6, 4, 12 y 8 m y 8, 8, 14, 14 y 14°C de temperatura, respectivamente.

En el cuadro de las 18 horas, en los puntos de control $x = 30, 40, 60, 78$, y 90 km, presentó una columna de agua debilmente estratificada de 5, 6, 11, 8 y 8 capas, donde las isothermas no son paralelas a la superficie de nivel. En $x = 30$ y 90 km, las isothermas están inclinadas con pendiente positiva. En $x = 40$ y 60 km se observó un máximo, es decir en este punto la pendiente cambia de valor. En $x = 60$ y 78 km las isothermas están inclinadas con pendiente negativa. El espesor de la capa superficial fue de 10, 8, 4, 12 y 8 m y 8, 8, 14, 14 y 14°C de temperatura, respectivamente.

Caso C3. Con efecto Coriolis

En el cuadro de las 0, 6 y 12 horas, en los puntos de control $x = 30, 40, 60, 78$, y 90 km, presentó una columna de agua fuertemente estratificada, donde las isothermas son paralelas a la superficie de nivel, son de 10 capas. El espesor de la capa superficial fue de 10 m y 16°C de temperatura, respectivamente.

En el cuadro de las 18 horas, en el punto de control $x = 30, 40, 60, 78$, y 90 km,

presentó una columna de agua estratificada, donde las isotermas son paralelas a la superficie de nivel, son de 5 capas. El espesor de la capa superficial fue de 20 m y 13 °C de temperatura, respectivamente.

Caso C4. Con efecto Coriolis

En el cuadro de las 0 y 6 horas, en el punto de control $x = 30, 40, 78, \text{ y } 90$ km, presentó una columna de agua débilmente estratificada de 3, 4, 6 y 4 capas, donde las isotermas no son paralelas a la superficie de nivel. Entre $x = 30$ y 40 km las isotermas tienen pendiente positiva. Entre $x = 78$ y 90 km las isotermas tienen pendiente negativa. En $x = 60$ km no hay estratificación, la columna de agua tiene una sola temperatura la mezcla fue en toda la columna. El espesor de la capa superficial fue de 18, 5, 10 y 10 m y 8, 8, 14 y 16 °C de temperatura, respectivamente.

En el cuadro de las 12 horas, en el punto de control $x = 30, 40, 78 \text{ y } 90$ km, presentó una columna de agua débilmente estratificada, de 3, 4, 6 y 4 capas, las isotermas no son paralelas a la superficie de nivel. Entre $x = 30$ y 40 km las isotermas tienen pendiente positiva. Entre $x = 78$ y 90 km las isotermas tienen pendiente negativa. En $x = 60$ km no hay estratificación, la columna de agua tiene una sola temperatura la mezcla es en toda la columna. El espesor de la capa superficial fue de 18, 5, 5 y 10 m y 8, 8, 14 y 16 °C de temperatura, respectivamente.

En el cuadro de las 18 horas, en el punto de control $x = 30, 40, 78, \text{ y } 90$ km, presenta una columna de agua estratificada, de 3, 4, 1, 5 y 4 capas, las isotermas no son paralelas a la superficie de nivel. Entre $x = 30$ y 40 km las isotermas tienen pendiente positiva. Entre $x = 78$ y 90 km las isotermas tienen pendiente negativa. En $x = 60$ km no hay estratificación, la columna de agua tiene una sola temperatura la mezcla es en toda la columna. El espesor de la capa superficial fue de 18, 5, 10 y 8 m y 8, 8, 14 y 16 °C de temperatura, respectivamente.

6.3. Posible explicación para los hallazgos

Las condiciones iniciales de temperatura consideradas iguales en los casos C1 y C3, dan como resultado un estado de equilibrio hidrostático estacionario, con mínima circulación de agua en regiones de gran profundidad en el lago Grande. Mayor actividad en zonas de baja profundidad en el lago Menor y orillas, donde el efecto del viento es notable. La circulación en la superficie tuvo como influencia principal, el viento.

Las condiciones iniciales de temperatura consideradas diferentes en los caso C2 y C4, incrementan la dinámica en la zona profunda al sur del lago Grande. Esta evolución causada por las condiciones iniciales de temperatura indica la gran sensibilidad del modelo a las variaciones de las condiciones iniciales. En las posiciones $x = 30, 40 \text{ y } 60$ km a lo largo del eje principal se considero las mismas condiciones iniciales donde la temperatura

en la superficie fue de $15,8\text{ }^{\circ}\text{C}$. Mientras que en $x = 78$ y 90 km , las condiciones iniciales de temperatura en la superficie fueron de $5,8\text{ }^{\circ}\text{C}$. Esta diferencia de temperatura es lo que generó un flujo de calor de norte hacia el sur. El desplazamiento de agua caliente hacia el sur generó variación en la densidad de las capas estratificadas, afectando la estabilidad y produciendo mezcla y turbulencia.

Al considerar el efecto de la fuerza de Coriolis, caso C3, con iguales condiciones iniciales de temperatura, presentó una fuerte estratificación de la columna de agua. La diferencia con el caso C1 es que tiene menos número de capas y la línea de corriente tiende a girar alrededor del eje principal del lago.

Al realizar la simulación considerando el efecto de la fuerza de Coriolis y diferentes condiciones iniciales de temperatura caso C4, se observó que en un periodo de 24 horas la columna de agua presentó una dinámica que tiende a romper la estratificación y mezclar totalmente el agua. Este resultado muestra que la dinámica del lago a periodos diarios es muy activa.

6.4. Limitaciones

Una limitación del modelo es la evolución del sistema cuando el flujo es turbulento, la mezcla debido a la turbulencia es aun un aspecto con muchas complicaciones.

Otra limitación es las condiciones iniciales y de frontera, el sistema es muy sensible a cambios en estos parámetros. Para flujos barotrópicos muestra gran estabilidad porque el fluido está en equilibrio, para flujos baroclínicos el paso de tiempo tiene que ser el adecuado para conseguir valores aceptables.

El tamaño de la malla para la batimetría. Los criterios para seleccionar el tamaño óptimo de malla para cargar al modelo no están muy definidos. En el presente trabajo se consideró información bibliográfica relacionado con lagos de gran extensión.

Los errores que genera el modelo no se pueden cuantificar por comparación, ya que no contamos con valores medidos en el lugar.

Todo modelo numérico presenta varias etapas. La etapa de simulación numérica está siendo desarrollado en el presente trabajo. La etapa que continúa es la validación de los resultados obtenidos mediante la simulación. Para validar estos resultados es necesario medir los parámetros físicos en el lago. La falta de instrumentos de medida, apoyo logístico y económico para realizar las campañas de medición, es una limitación fundamental.

6.5. Necesidad de futuras investigaciones

El efecto del viento sobre la superficie libre, es transmitir energía mecánica a la columna de agua mediante procesos físicos. Si la energía recibida tiene suficiente intensidad para

romper la estructura estratificada, entonces la columna de agua se mezclará. Si es menor, la energía se disipará y ayudará a formar oscilaciones que se denominan ondas internas. Para detectar estas ondas, la profundidad y el modo de oscilación, es necesario registrar variaciones de temperatura en la columna de agua. Sembrar un set de termistores a una determinada profundidad, para registrar la temperatura durante unos días y al graficar los perfiles de temperatura se espera observar estas ondas internas.

Otra línea de investigación es la estructura del metalimnion, parece estar formado por varias capas denominadas termoclinas. Estas capas experimentan una variación brusca de la temperatura. Para estudiar esta estructura compleja, es necesario realizar mediciones de variaciones de temperatura en diferentes profundidades. Esta capa intermedia presenta variación en su ubicación. Si se acerca a la superficie afectará a la población biológica que depende de los cambios de temperatura que experimenta el lago.

Esperamos contribuir en determinar la calidad del agua del lago simulando el ingreso de contaminantes producidos por desechos humanos, animales, aves y debido a los residuos que producen las compañías mineras en el proceso de extracción de minerales.

7. Conclusiones

El presente trabajo explica aceptablemente el efecto del viento y la temperatura en la hidrodinámica del lago. Llegando a la conclusión de que el gradiente de temperatura es el principal factor que influye en las corrientes que se presentan en el lago.

Por el tamaño del lago el efecto de la fuerza de Coriolis, es un factor importante que afecta la dinámica. Tal como muestra el resultado del caso C3 y con mayor intensidad el caso C4.

La variación de la temperatura en las condiciones iniciales y el efecto de la fuerza de Coriolis generan mayor cambio en los resultados, tal como muestra el caso C4.

El efecto del viento, fue notable solo en la superficie libre. La mezcla de las capas en la columna de agua no es posible adjudicar al efecto del viento. La razón es que se asumió un viento constante y de intensidad variable entre 0 y 3 m/s.

En el periodo de un día se observó una estructura fuertemente estratificada, cuando las condiciones iniciales de temperatura son iguales casos C1 y C3. En los casos C2 y C4 hay una disminución de la estratificación en el cuadro de las 18 h. En el punto de control $x = 60$ km se observó la mezcla total de la columna de agua.

En los casos C1 y C3 podemos concluir que el fluido presentó un equilibrio estable, cumpliendo con la condición de barotropía. Mientras que en los casos C2 y C4 el fluido presento inestabilidad entre las diversas capas de agua hasta llegar a mezclarse totalmente, cumpliendo es este caso la condicion de baroclinidad.

Por lo tanto el comportamiento esperado del fluido, se ajusta a las condiciones iniciales dadas, y generan una evolución que se aproximó al fluido real, estable, viscoso, casos C1 y C3, e inestable, viscoso y trurbulento casos C2 y C4.

Para un día, podemos concluir que de acuerdo al resultado del caso C4, si se dan las condiciones iniciales asumidas en esta simulación el lago tendría un actividad notable modificando las capas estratificadas y mezclando el agua desde la superficie hasta el fondo.

Entre los aportes del presente trabajo está la batimetría del lago Titicaca. Con esta información se puede realizar simulaciones con distintos escenarios dependiendo del problema a resolver y la región de interés.

A. APÉNDICE

A.1. Verificación del modelo

En las figuras del 42 al 47, se presentan los resultados realizados para verificar el funcionamiento del modelo numérico ELCOM. Las condiciones dadas en cada simulación están en la sección 3.4.

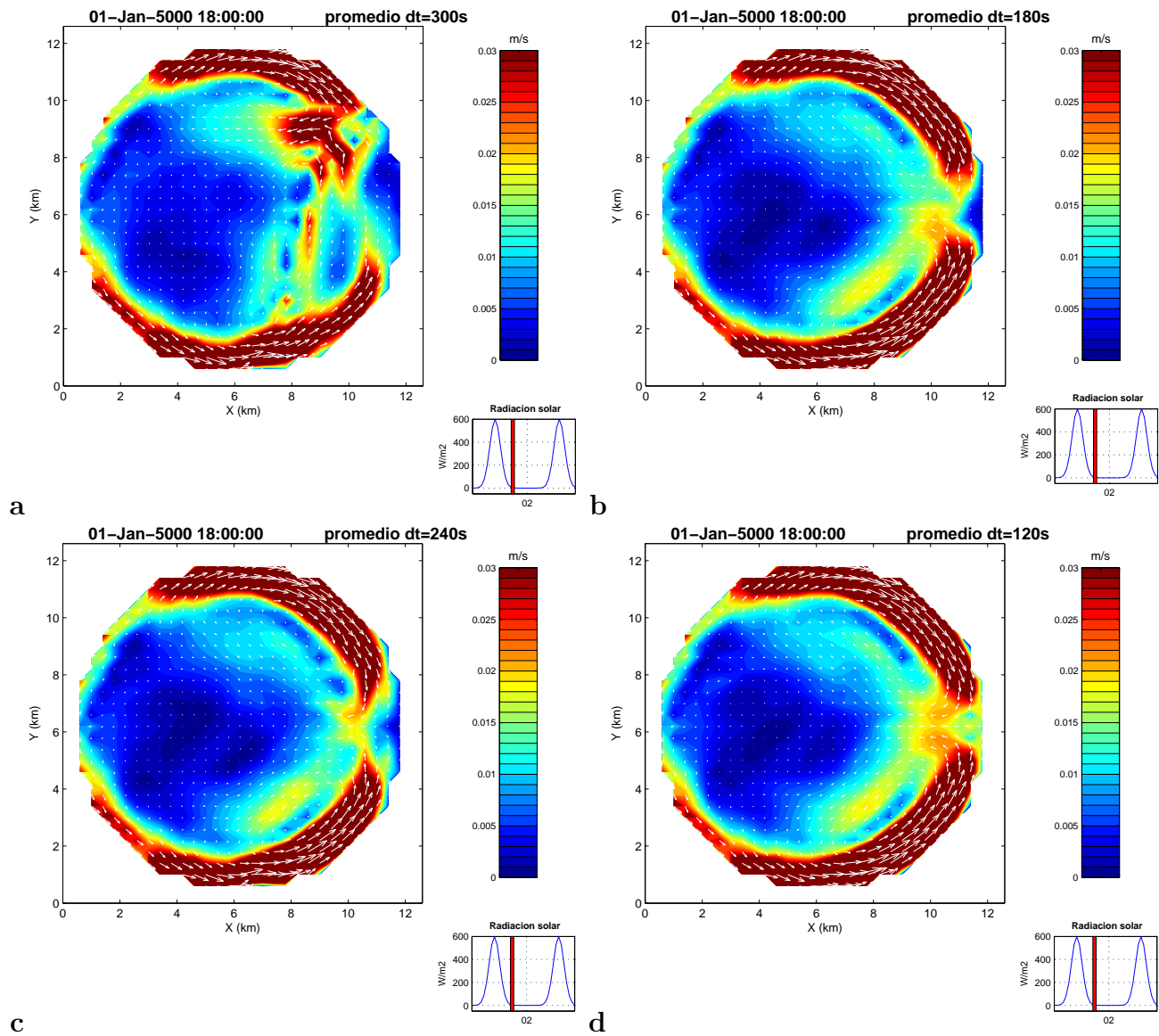


Figura 42: Caso 1. Velocidad promedio vertical. Variando el paso de tiempo.

a) Simulación I. b) Simulación III. c) Simulación II. d) Simulación IV.

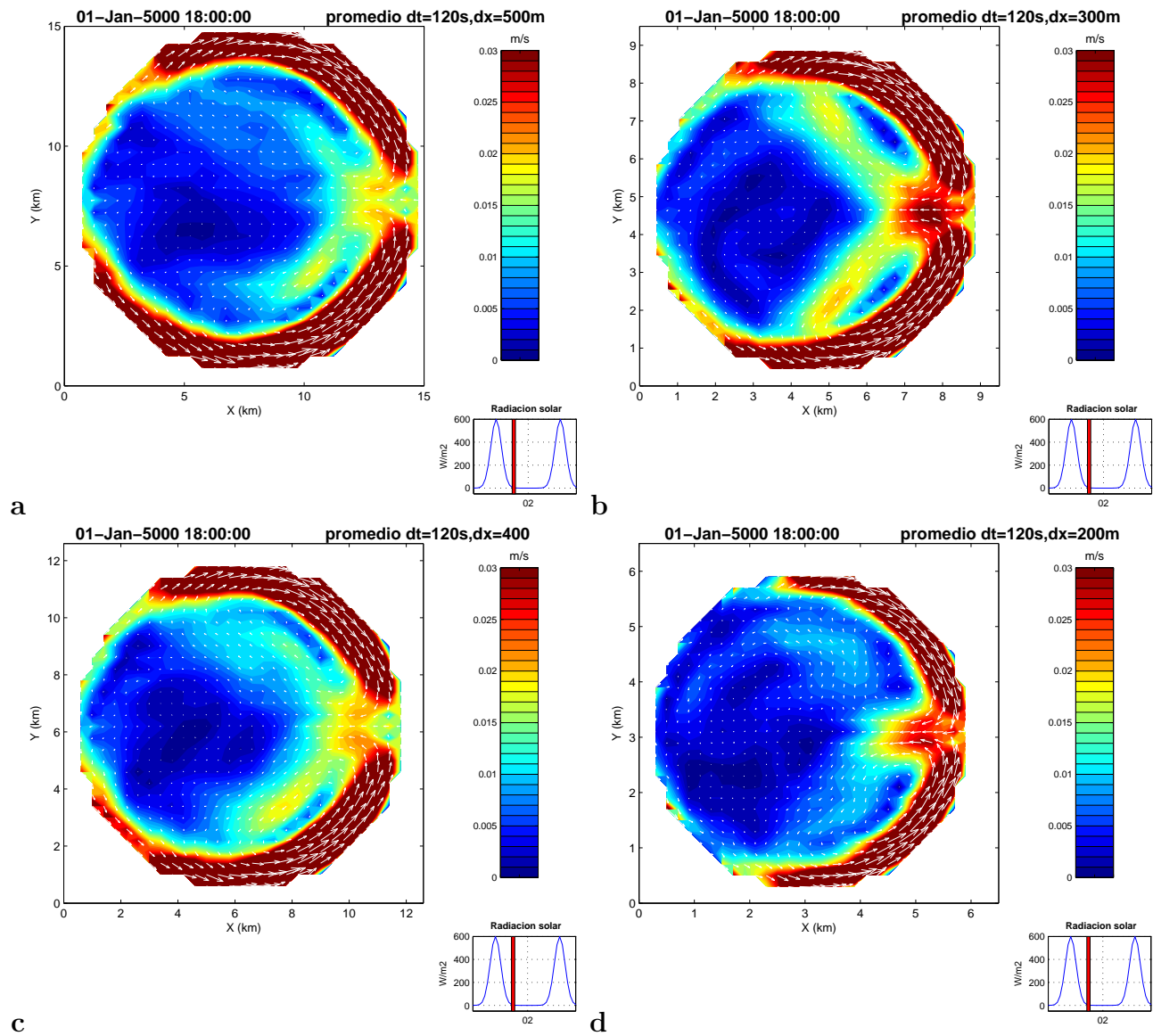


Figura 43: Caso 2. Velocidad promedio vertical. Variando el tamaño de la celda de la malla.

a) Simulación I. b) Simulación III. c) Simulación II. d) Simulación IV.

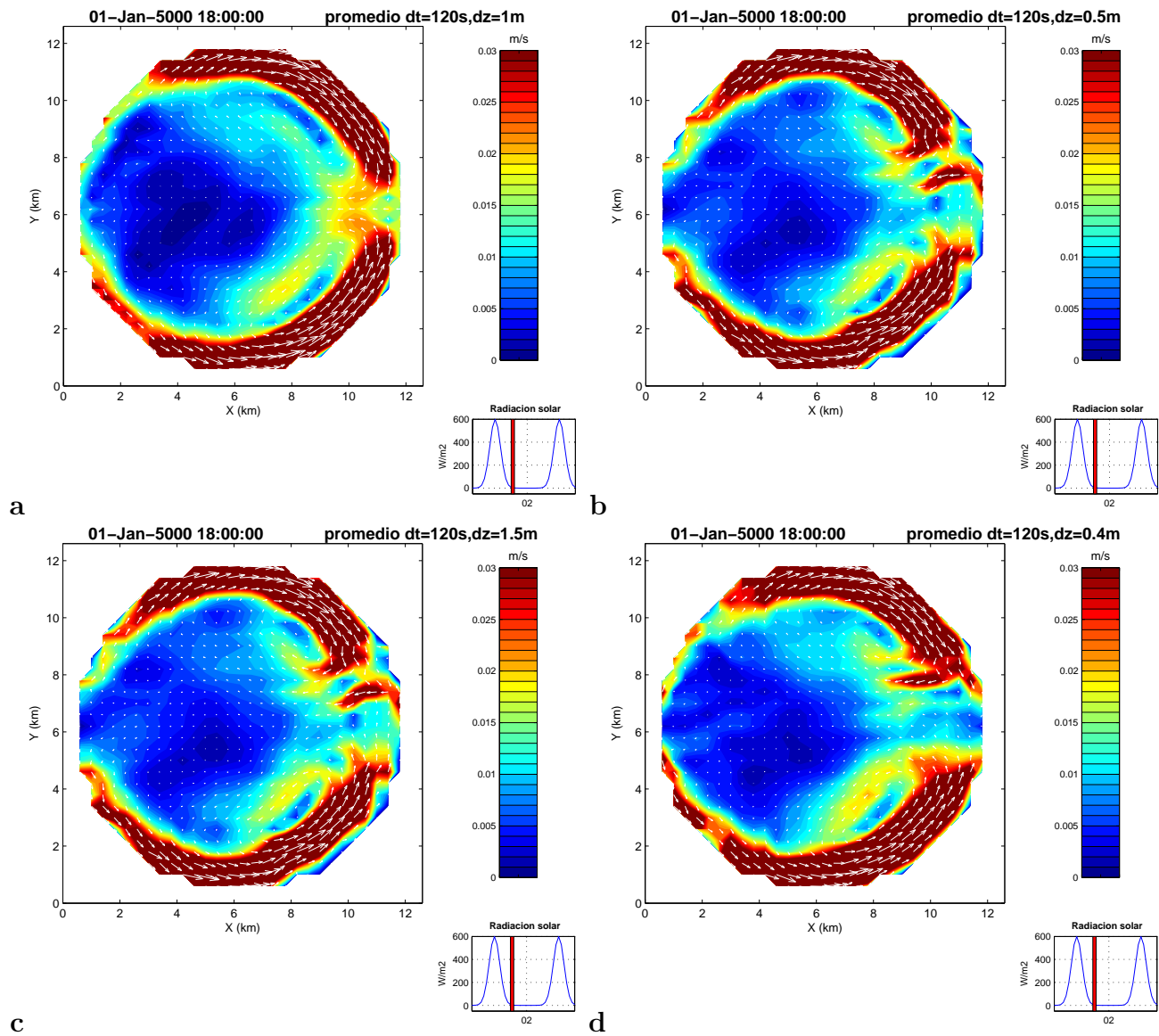


Figura 44: Caso 3. Velocidad promedio vertical. Variando el espesor de las capas.

a) Simulación I. b) Simulación III. c) Simulación II. d) Simulación IV.

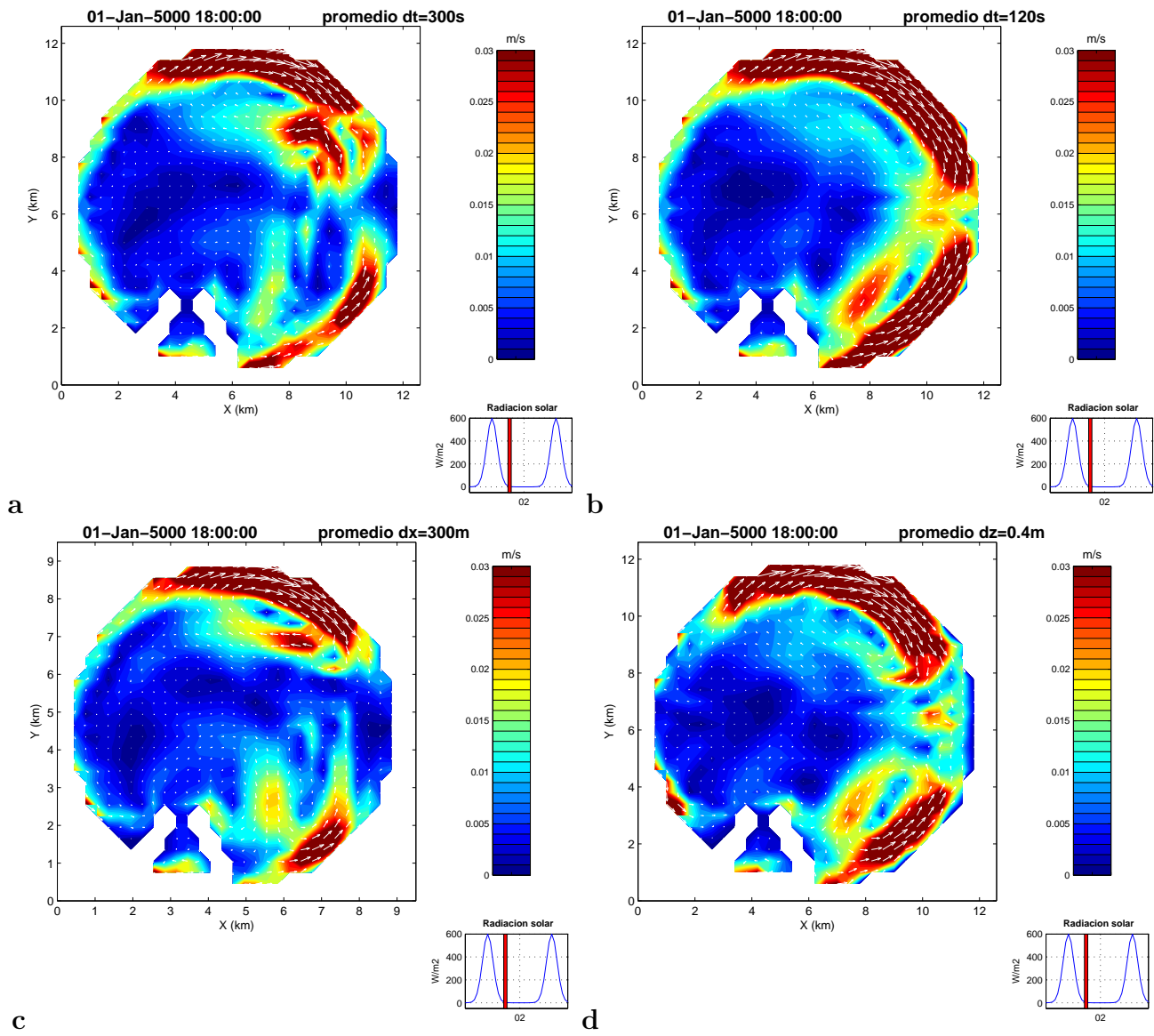


Figura 45: Caso 4. Velocidad promedio vertical. Variando la batimetría.

a) Simulación I. b) Simulación III. c) Simulación II. d) Simulación IV.

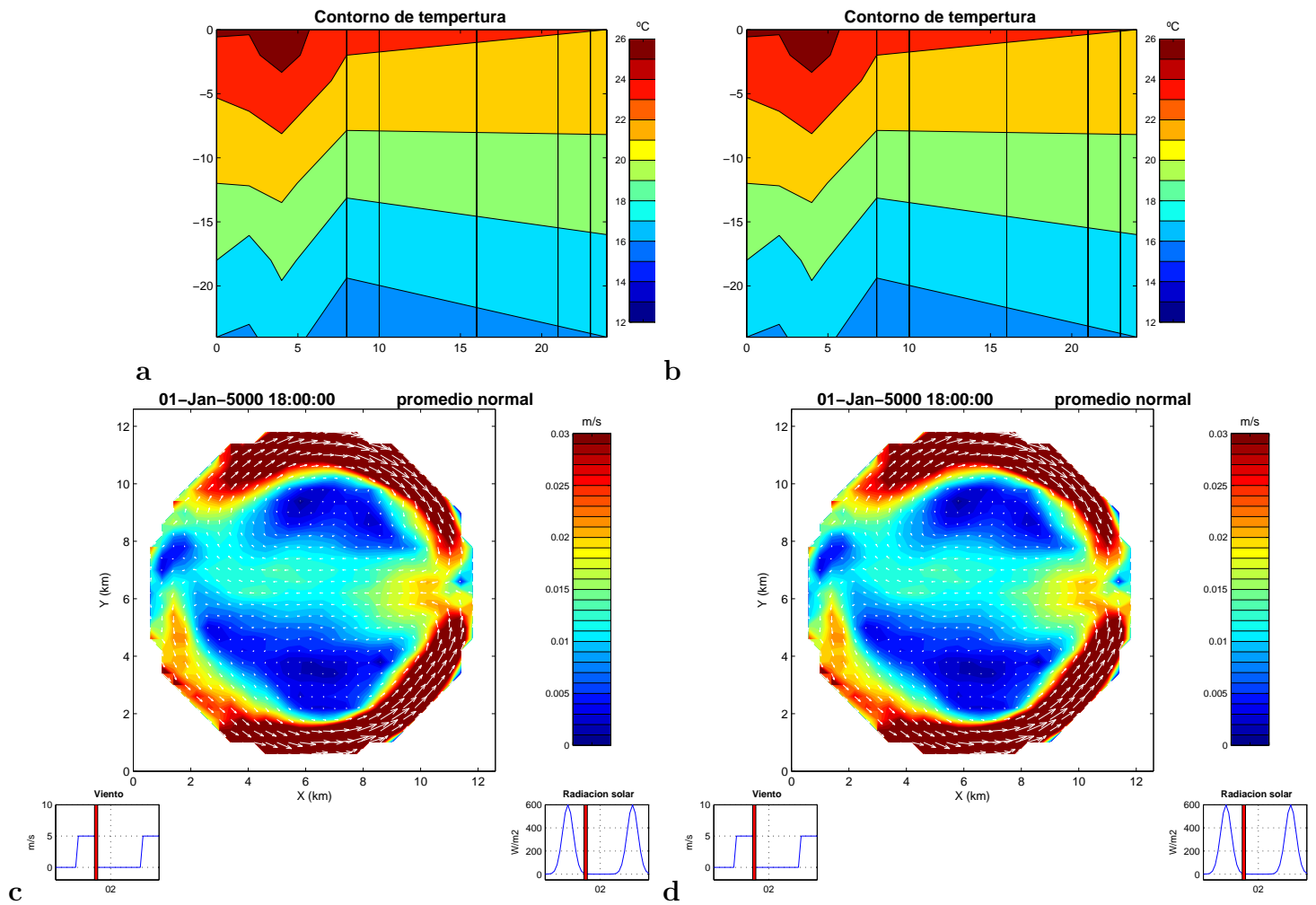


Figura 46: Caso 5. Contorno de temperatura. Velocidad promedio vertical.

a) Simulación I. b) Simulación I. c) Simulación II. d) Simulación II.

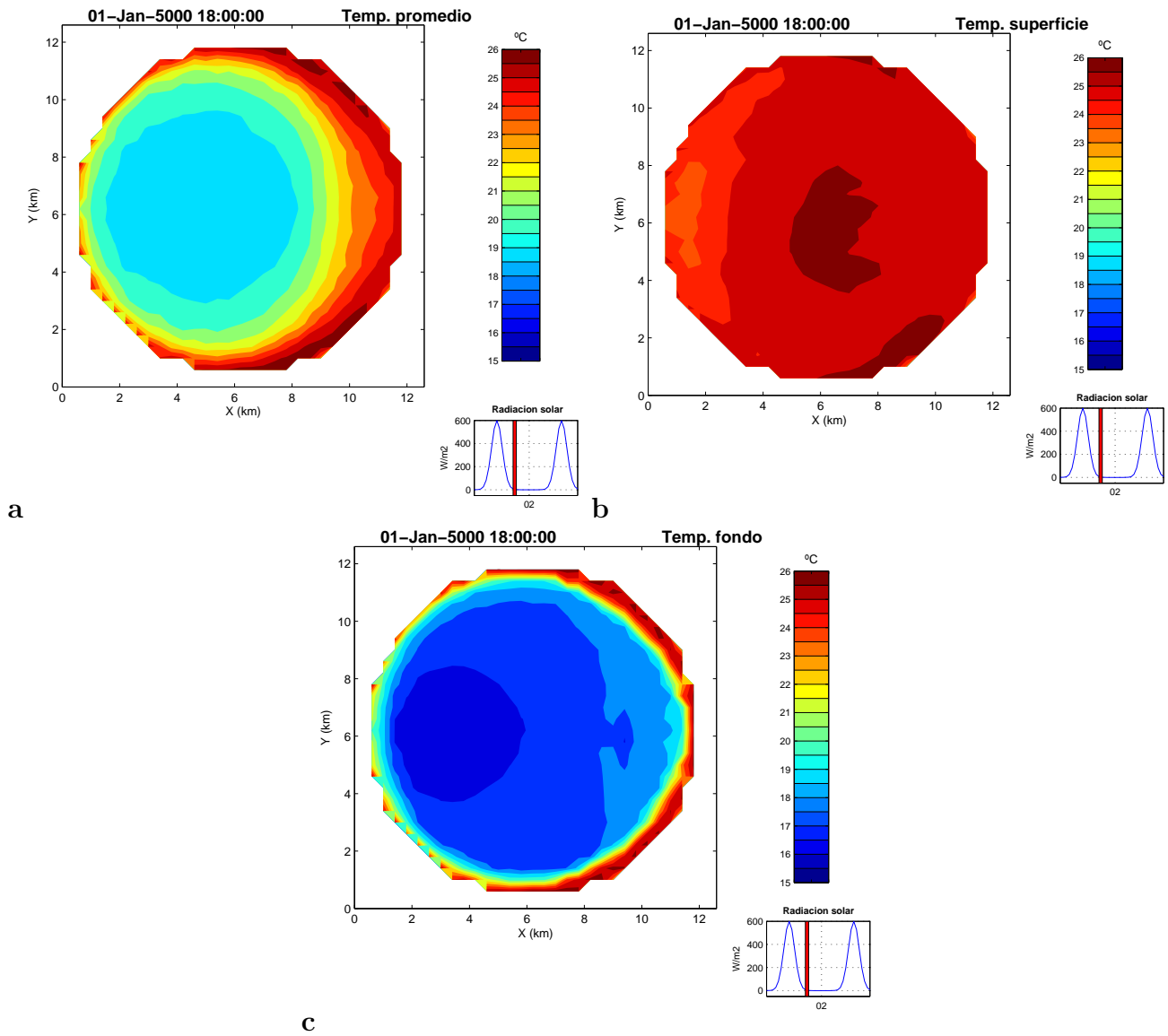


Figura 47: Caso 6. Secciones horizontales de temperatura. En la superficie.

a) Simulación I. b) Simulación II. c) Simulación III.

Referencias

- [1] Morales R. A. *Simulation of dispersion by langmuir circulation*. (En International symposium on enviromental hydraulics, ISEH. Instituto Mexicano de tecnología del agua. 2001).
- [2] Imberger J., Di Silvo G. *Mixing processes in a shallow lagoon*. (En 6th International Conference on Physics of Estuaries and Coastal Seas. Center for Water Research, ED763JI. 1992).
- [3] Ramírez I. *Hydrodynamics of a Shallow Lagoon*. (Tesis de doctorado, Centre for Water Research. University of Western Australia. 1999).
- [4] Casulli V., Cheng R. T. *Semi-implicit finite difference methods for threedimensional shallow water flow*. (International Journal for Numerical Methods in Fluids.,15:629-648. 1992).
- [5] Ranasinghe R., Pattiaratchi C. *Flusing characteristics of a seasonally-open tidal inlet: A numerical study*. (Journal of coastal research., 4(14): 1405-1421. 1998)
- [6] Wirrmann D. *Geomorphology and Sedimentation. Mordphology and Bathymetry*. (Lake Titicaca A Synthesis of Limnological Knowledge. Book. Edited by C. Dejox and A. Iltis. 1992).
- [7] Roche M. A., Borges, J., Cortes J., Mattos, R. *Climatology and Hidrology of the Lake Titicaca basin*. (Lake Titicaca, A Synthesis of Limnological Knowledge. Book. Edited by C. Dejox and A. Iltis. 1992).
- [8] Imberger J., Parker G. *The Diurnal Mexed Layer*. (Limnology Oceanography, 30:737-770. 1985).
- [9] Spiegel, R. H., Imberger, J. y Rayner, K.N. (1986). *Modelling the diurnal mixed layer*. (Limnol. Oceanogr., 3:533-556. 1986).
- [10] Imberger J., Patterson J.G. *Physical Limnology*. (Adv. Appl. Mech., 27: 303-475. 1990).
- [11] Pattersen G., Wilson K. *The Influence Of The Diel Climatic Cycle On the Depth-Time Distribution of Phytoplankton And Photosynthesis In A Shallow Lake (Lake Baringo, Kenya)*. (Hidrobiología, 304:1-8. 1995).
- [12] Armengol J., Navarro E., Caputo L., Dolz. *Viento, estabilidad térmica y ondas internas: Base para una gestión de los embalses a corto plazo*. (Revista Chilena de Historia Natural, en prensa. 2004).

- [13] Saggio A., Imberger, J. *Internal Wave In a Stratified Lake*. (Limnol. Oceanogr., 43: 1780-1795. 1998).
- [14] Antenucci J. P., Imberger J., Saggio A. *Seasonal evolution of the basin-scale internal wave field in a large stratified lake*. (Limnology Oceanography, 45:1621-1638. 2000).
- [15] Hodges B., Dallimore C. *Estuary, Lake and Coastal Ocean Model: ELCOM*. (Manual Científico, University of Western Australia. 2006).
- [16] Imberger, J. *Flux Paths in a Stratified Lake*. (Physical Processes in Lake and Oceans. J. Imberger (Ed.). Coastal and Estuarine Studies, vol 54:1-18. 1998).
- [17] Imboden D. M., Wuest A. *Mixing Mechanisms in Lakes*. (Physics and Chemistry of Lakes 2da Ed. A. Lerman, D. M. Imboden, J.R. Gat (Eds.):83-138. Springer-Verlag. Berlin).
- [18] Jansa J. M. *Tratado de meteorología teórica. Dinámica*. (Sección de investigación y enseñanza, vol III, Madrid. 1960).
- [19] Hodges B., Dallimore C. *Estuary, Lake and Coastal Ocean Model: ELCOM*. (Manual de uso, University of Western Australia. 2006).
- [20] Amos Gilat. *Matlab, una introducción con ejemplos prácticos*. (Texto, Ed. Reverte, 2006).
- [21] Tomczak M. *Una introducción a la oceanografía física*. (Flinders University of South Australia in Adelaide., 2002).
- [22] Richerson P. *The thermal stratification regime in Lake Titicaca*. (Lake Titicaca, A Synthesis of Limnological Knowledge. Book. Edited by C. Dejoux and A. Iltis. 1992).
- [23] Hodges B., Imberger J., Saggio A., Winters K. B. *Modeling basin-scale internal water in a stratified lake*. (Limnology Oceanography, 45(7) pp 1603-1620. 2000).
- [24] Berezowsky V. M., Escalante E., M., Len V. *Cálculo hidrodinámico del lago de Chapala*. (Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, México. 2004).
- [25] Farreras S. *Hidrodinámica de lagunas costeras*. (Texto CICESE, México. 2004).
- [26] Villegas B., Toro, M. Velez, J. *Optimum grid size and time step definition in numerical model: Porce II case study*. (Dyna, 147, pp 23-32, Medellín., 2005).